СБОРНИК ЗАДАНИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД «УНИКУМ»

ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 3-6 КЛАССОВ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ

ЛИПЕЦК 2013

УДК 330.1
ББК 65.012

Сборник заданий математических олимпиад «УНИКУМ» для обучающихся 3-6 классов: Учеб. пособие / Сост.: Г.А. Воробьев, Е.А. Зайцев, И.А. Шуйкова. 1-е изд., МАОУ ДОД ЦДОД «Стратегия». Липецк, 2013. 132 с.

Пособие предназначено для учащихся 3-6 классов общеобразовательных учреждений, желающих расширить и углубить свои знания и умения в математике как школьной, так и олимпиадной. В состав сборника вошли задания I, II, III и IV олимпиады «Уникум», ответы и указания к их решению.

Предисловие

Математическая Олимпиада школьников 3-6 классов «Уникум» проводится ежегодно, начиная с 2010 года, факультетом физико-математических и компьютерных наук Липецкого государственного педагогического университета и Центром дополнительного образования детей «Стратегия», которыми накоплен значимый опыт по довузовской работе со школьниками, проявляющими математические способности. Работа преподавателей ФФМиКН ЛГПУ и Центра «Стратегия» с такими ребятами складывается из нескольких составляющих: проведение занятий по дополнительным образовательным программ в течение года; организация и проведение «Математических боев» среди школьных команд города Липецка; проведение математической Олимпиады «Уникум»; организация летних профильных школ Центра «Стратегия».

Олимпиада «Уникум» предоставляет прекрасную возможность для школьников 3-6 классов соотнести свои знания со знаниями сверстников, развить свои способности, почувствовать атмосферу конкурса, получить призы, а также интересно и с пользой провести время. В рамках Олимпиады «Уникум» традиционно проходит семинар для учителей математики, на котором преподаватели факультета ФМиКН проводят разбор решений нестандартных задач для обучающихся младшего и среднего школьного возраста.

Олимпиада проводится по классическим правилам – школьники получают в аудитории тексты задач и в течение часа решают их, оформляя подробное решение в своих тетрадях. Текст каждой олимпиады, из рассматриваемых в сборнике, состоит из десяти заданий разного уровня сложности, который, как правило, увеличивается от первых к последним задачам. Некоторые задачи, посильные разным возрастным группам школьников, повторяются в разных вариантах. Первые задачи не представляют особой трудности для большинства обучающихся, что создает мотивацию к решению последующих задач. Наличие относительно несложных одной-двух первых задач также особо необходимо тем школьникам, которым пока не по силам более серьезные задачи.

В данном пособии приведены не только условия, но и краткие указания к решению почти всех задач. Пособие в первую очередь рассчитано на тех учащихся, для которых важно научиться искать решение самостоятельно. Не всегда у школьников есть возможность в течение учебного года ознакомиться с подходами к решению олимпиадных задач, идеями и методами их решения. Приведенные в сборнике решения задач помогут учащимся приобрести новые знания, идеи и расширить свой математический инструментарий. Если ребенок только начал осваивать методы решения нестандартных задач, то ему уместно будет сначала предложить читать и разбирать предложенные задачи совместно с Вами – родителями или учителем, а после этого пробовать решать новые задачи самостоятельно. Наиболее способным и хорошо решающим ребятам лучше, наоборот, сначала решить задачи самостоятельно, а затем обсудить решение с учителем.

Задачи пособия различны по тематике и могут быть использованы учителями на занятиях математических факультативов и спецкурсов. Одним ребятам решение предложенных задач позволит подняться на новый уровень математического мышления, другим – предоставит возможность заняться любимым делом. В любом случае, каждого из школьников ожидает свой собственный процесс развития и мы, ребята, желаем Вам успехов в этом занимательном путешествии!

До встречи на Олимпиаде «Уникум»!

Задания I математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2010

Математическая олимпиада «Уникум». 3-4 класс

1. Поставьте в записи 1*3*2*1*2=10 вместо звездочек знаки арифметических действий: +, –, ·, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

2. Уникум посадил 8 саженцев. Из всех саженцев, кроме четырех, выросли яблони. На всех яблонях, кроме двух, растут яблоки. Яблоки со всех плодоносящих яблонь, кроме одного, невкусные. На скольких яблонях вкусные яблоки?

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько всего было сладостей?

4. В клетках квадрата 3х3 были записаны числа так, что суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

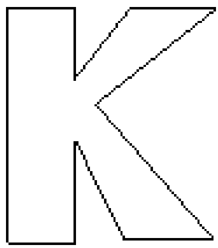
		2
1	6	
10		

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

6. Юля и Саша сидят в классе в одном ряду, Юля – за четвертой партой, если считать с начала ряда, а Саша – за четвертой, если считать с конца. Между ними есть еще одна парта. Сколько всего парт может стоять в этом ряду?

7. Два *Уникума* ловят в пруду двух щук за две минуты. Сколько *Уникумов* поймают пять щук за пять минут?

8. На день рождения Карлсона испекли торт в форме большой буквы «К» (как на рисунке). В гости к Карлсону придут 7 гостей. Разрежьте торт двумя прямыми разрезами на 8 частей.



9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода?

10. Сколько дедушке лет столько месяцев внучке. Дедушке с внучкой вместе 78 лет. Сколько лет дедушке и сколько внучке?

Математическая олимпиада «Уникум». 5-6 класс

1. Поставьте в записи 2*15*7*5*2=100 вместо звездочек знаки арифметических действий: +, –, ·, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

2. В саду посадила 2010 саженцев. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 10, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько было сладостей каждого вида?

4. В клетках квадрата 3х3 были записаны числа так, что суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

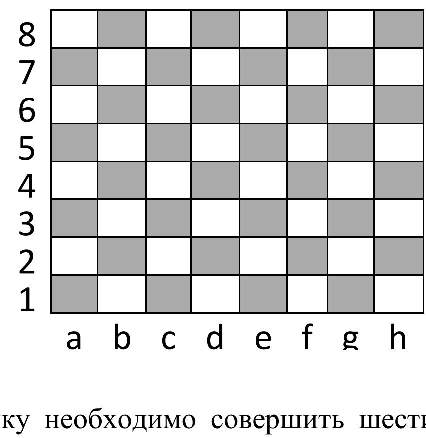
17		
1	16	

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

6. Юля и Саша купили билеты в кино на разные ряды, Юля – на пятый ряд, если считать с начала зрительного зала, а Саша – на пятый ряд, если считать с конца. Между ними есть еще два ряда. Сколько всего рядов может быть в зрительном зале?

7. Два котенка ловят трех мышей за две минуты. Сколько нужно котят, чтобы они поймали восемнадцать мышей за шесть минут?

8. На поле a1 шахматной доски стоит ладья. Два игрока передвигают ее по очереди, либо вправо, либо вверх на любое число клеток. Выиграет тот, кто поставит ладью на поле h8. Кто победит при правильной игре, первый или второй игрок, и как он должен играть?



9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода? Какое наименьшее число носильщиков потребуется для восьмидневного перехода, если путешественник и каждый из носильщиков могут взять с собой пятидневный запас пищи и воды для одного человека?

10. У двух *Уникумов*, стоящих на берегу озера, имеются две цилиндрические ёмкости вместимостью соответственно 4 и 6 литров. Требуется налить в одну из ёмкостей ровно 1 литр воды. Как этого добиться?

Задания II математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2011

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

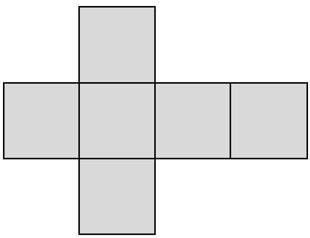
1. Выполните действия:

12 + 17 + 39 + 456 + 88 + 44 + 1083 + 261 + 11.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

2. Два Уникума собрали вместе 72 груши. После того как один из них подарил другому 15 груш, то груш у них стало поровну. Сколько груш собрал каждый из Уникумов?

3. На каждой грани кубика должно быть написано одно из чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (все числа на гранях разные) таким образом, чтобы суммы чисел на противоположных гранях были одинаковы. Расставьте эти числа на развертке куба, чтобы из нее потом получился описанный выше кубик.



4. Три ластика, один карандаш и два блокнота стоят 22 рубля. Один ластик, три карандаша и два блокнота стоят 38 рублей. Сколько стоит комплект из одного ластика, одного карандаша и одного блокнота?

5. Масса ящика с апельсинами равна 35 кг. После продажи половины всех апельсинов ящик поставили на весы. Весы показали 21 кг. Какова масса пустого ящика?

6. В некотором государстве четыре города: Умножения, Деления, Сложения и Вычитания. Между каждыми двумя городами есть дорога. Уникум живет в городе Умножения и хочет за одну поездку посмотреть каждый город, а затем вернуться обратно в город Умножения. Приведите все возможные маршруты Уникума, но такие, в которых Уникум не посещал ни одного города (кроме города Умножения) дважды. Сколько различных маршрутов у Вас получилось?

7. Пять кулинаров за пять часов испекли пять тортов. Сколько тортов испекут 15 кулинаров за четыре часа?

8. Требуется пожарить три оладушка. На сковородке умещаются лишь два оладушка. На поджаривание оладушка с одной стороны требуется одна минута. За какое наименьшее время можно поджарить с двух сторон все три оладушка? (Время на перевертывание и перекладывание в расчет не принимается).

9. В сказочном саду художник Уникум раскрашивает стеклянную крышу над садом. Он красит так быстро, что за сутки вдвое увеличивает площадь закрашенной поверхности крыши. Он раскрасит всю крышу за 12 суток. За какое время раскрасят всю крышу два таких художника Уникума?

10. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений, кроме найденных.

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

1. Выполните действия:

29 + 37 + 456 + 44 + 1171 + 263 + 11+290 000 + 370 000 + 4 560 000 + + 440 000 + 11 710 000 + 2 630 000 + 110 000.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

2. Все числа от 1 до 100 выписали на доску. Сколько раз на доске встретилась цифра 2?

3. Для того чтобы разрезать железную трубу на 2 части, надо заплатить за работу 50 руб. Сколько будет стоить работа, если трубу надо разрезать на 12 частей?

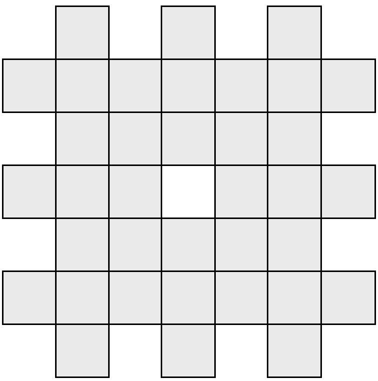
4. Два банана, один апельсин и три киви стоят 62 рубля. Два банана, три апельсина и одно киви стоят 34 рублей. Сколько стоит вместе один банан, один апельсин и одно киви?

5. В три коробки надо разложить 90 пакетов так, чтобы в первой коробке было вдвое больше пакетов, чем во второй, а во второй на 2 пакета больше, чем в третьей. Сколько пакетов будет в первой коробке?

6. В некотором государстве пять городов: Умножения, Деления, Сложения, Вычитания и Арифметики. Между каждыми двумя городами есть дорога. Уникум живет в городе Арифметики и хочет за одну поездку посмотреть каждый город, а затем вернуться обратно в город Арифметики. Приведите все возможные маршруты Уникума, но такие в которых Уникум не посещал ни одного города (кроме города Арифметики) дважды. Сколько различных маршрутов у Вас получилось?

7. Четвероклассник решил умножить все числа месяца мая, начиная с первого числа и заканчивая 31 числом, а затем вычесть из полученного результата счастливое число 2011 и определить последние четыре цифры итогового результата. Четвероклассник долго пыхтел и старался. Так бы он и считал до вечера, но пришел друг Уникум и быстро решил задачу. Предложите и вы свое решение этой задачи.

8. Можно ли фигуру, изображенную на рисунке, разрезать по клеточкам на четыре равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат? Если можно, то укажите один из способов получения квадрата. Если нельзя объясните почему.



9. На гранях кубика написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Кубик бросают дважды. Первый раз сумма чисел, выпавших на боковых гранях, равна

13, а второй раз – равна 16. Какое число написано на грани, противоположной той, на которой написано число 4? Объясните отсутствие других решений кроме найденного.

10. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений, кроме найденных.

Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

1. Решите уравнение:

$2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 11 + x.$

Выберите самый простой способ решения.

2. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в шесть раз.

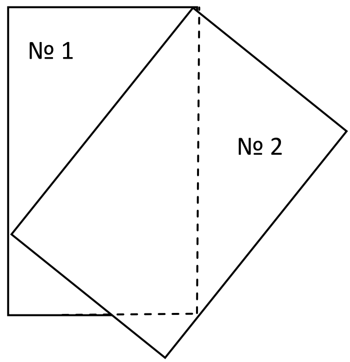
3. Маша учится в пятом классе. В этом классе мальчиков в два раза меньше, чем девочек. У Маши одноклассниц на 10 больше, чем одноклассников. Сколько учеников в классе?

4. Пять экскаваторов за 2 часа выкопали 7 ям. Сколько ям выкопают 10 экскаваторов за 7 часов?

5. В мае на круговом маршруте работали два автобуса, причем интервал их движения составлял 21 минуту. Как изменится интервал движения автобусов, если в июне на маршрут выйдет 3 таких автобуса?

6. Сможет ли Уникум распределить 44 монеты по 10 карманам так, чтобы количество монет в каждом кармане было различным?

7. Два равных прямоугольника частично перекрывают друг друга, как показано на рисунке. Для прямоугольника № 1 определите, какая часть больше, закрытая или открытая.



8. В олимпиаде по математике участвовало пять школьников: Андрей, Борис, Владимир, Петр и Сергей. Олимпиада включала пять заданий. Каждый из участников решил различное число задач (количество задач, решенных каждым из участников – число целое). После подведения итогов каждый участник сделал два утверждения.

Андрей: "Я решил одну задачу. Я занял пятое место." Борис: "Я решил две задачи. Я занял четвертое место." Владимир: "Я решил три задачи. Я занял третье место." Петр: "Я решил четыре задачи. Я занял второе место." Сергей: "Я решил пять задач. Я занял первое место."

У каждого участника одно из сделанных утверждений истинно, а одно ложно. Какое место занял каждый из участников, если места определялись по количеству решенных задач (больше решенных задач – выше место)?

9. Среди 2011 монет 100 фальшивых. Каждая фальшивая отличается от настоящей по весу на 1 грамм (в ту или в другую сторону). Имеются чашечные весы со стрелкой, показывающей разность масс одной и другой чашки. За одно взвешивание про одну выбранную монету нужно узнать, фальшивая она или настоящая. Как это сделать?

10. Четверо Уникумов-путешественников хотят перейти по подвесному мосту через ущелье. Одновременно по мосту могут идти не более двух Уникумов. Если мост проходят двое, то они двигаются со скорость того, кто идет медленнее. Идет сильный дождь, и Уникумы не хотят намокнуть. Мост начинается и заканчивается навесами, там дождь нестрашен. По мосту Уникумы могут передвигаться только с зонтом, зонт достаточно велик и может вмещать двух путешественников. Смогут ли Уникумы преодолеть мост за 15 минут, если один из них может перейти мост за 1 минуту, второй – за 2 минуты, третий – за 5 минут, а четвертый – за 8 минут? Зонт у них один.

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Решите уравнение:

2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 11 + x.

Выберите самый простой способ решения.

2. Масса ящика с апельсинами равна 35 кг. После продажи половины всех апельсинов ящик поставили на весы. Весы показали 21 кг. Какова масса пустого ящика?

3. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в шесть раз.

4. Маша учится в пятом классе. В этом классе мальчиков в два раза меньше, чем девочек. У Маши одноклассниц на 10 больше, чем одноклассников. Сколько учеников в классе?

5. Замените, если возможно, звездочки в выражении

50 * 25 * 12 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3

на знаки “+” или “–” так, чтобы сумма была равна 15.

6. Фокусник попросил зрителя задумать число, а затем увеличить задуманное число в два раза, полученное число увеличить на 5, затем вычесть 50, полученную разность число умножить на 12, отнять от произведения 38 и, наконец, умножить результат на 3. Зритель сообщил, что у него получилось число 2010. Какое число задумал зритель, если он в своих вычислениях не ошибался?

7. Во фразе «Уникум – олимпиада две тысячи десятого года» передвинем в каждом слове первую букву на последнее место: «никумУ – лимпиадао вед ысячит есятогод одаг». Сделаем то же самое с полученным текстом, и так далее. Через какое число таких операций мы впервые вернемся к исходному тексту?

8. В олимпиаде по математике участвовало пять школьников: Андрей, Борис, Владимир, Петр и Сергей. Олимпиада включала пять заданий. Каждый из участников решил различное число задач (количество задач, решенных каждым из участников – число целое). После подведения итогов каждый участник сделал два утверждения.

Андрей: “Я решил одну задачу. Я занял пятое место.” Борис: “Я решил две задачи. Я занял четвертое место.” Владимир: “Я решил три задачи. Я занял третье место.” Петр: “Я решил четыре задачи. Я занял второе место.” Сергей: “Я решил пять задач. Я занял первое место.”

У каждого участника одно из сделанных утверждений истинно, а одно ложно. Какое место занял каждый из участников, если места определялись по количеству решенных задач (больше решенных задач – выше место)?

9. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений кроме найденных.

10. Четверо Уникумов-путешественников хотят перейти по подвесному мосту через ущелье. Одновременно по мосту могут идти не более двух Уникумов. Если мост проходят двое, то они двигаются со скорость того, кто идет медленнее. Идет сильный дождь, и Уникумы не хотят намокнуть. Мост начинается и заканчивается навесами, там дождь нестрашен. По мосту Уникумы могут передвигаться только с зонтом, зонт достаточно велик и может вмещать двух путешественников. Смогут ли Уникумы преодолеть мост за 15 минут, если один из них может перейти мост за 1 минуту, второй – за 2 минуты, третий – за 5 минут, а четвертый – за 8 минут? Зонт у них один.

Задания III математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2012

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

1. Выполните действия:

422 + 17 + 456 + 78 + 44 + 983 + 12.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

2. На каждом километре дороги между городами Липецком и Тамбовом стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тамбова. Уникум заметил, что на одном из столбов записаны числа 36 и 100. Каково расстояние от Липецка до Тамбова?

3. Какой цифрой заканчивается произведение 30 множителей

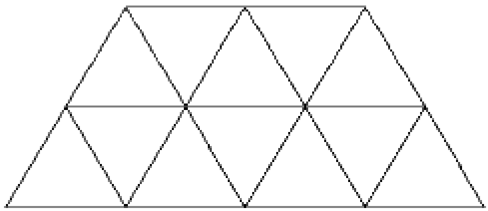
$2111 \cdot 2113 \cdot 2115 \cdot \ldots \cdot 2167 \cdot 2169$?

4. Четыре авторучки, один карандаш и две тетради стоят 53 рубля. Одна авторучка, четыре карандаша и три тетради стоят 67 рублей. Сколько стоит комплект из одной авторучки, одного карандаша и одной тетради?

5. У трёх Уникумов вместе 12 книжек с занимательными математическими задачами. У первого Уникума на две книжки меньше, а у третьего на две книжки больше, чем у второго Уникума.

Сколько книжек с занимательными математическими задачами у каждого из Уникумов?

6. Можно ли разрезать фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части (одинаковые по форме и по размеру). Если можно, то каким образом?



7. (Старинная задача) За 25 бубликов заплатили столько рублей, сколько бубликов можно купить на рубль. Сколько стоит один бублик? Если ответов несколько, то приведите их все и объясните, почему других решений нет.

8. Есть три ящика: ящик с апельсинами, ящик с яблоками и ящик со смесью яблок и апельсинов. На каждом ящике есть табличка с указанием что внутри. Таблички взяли и перемешали; теперь оказалось, что все таблички не на своем месте. Есть одна попытка: можно сунуть руку в ящик, и вытащить один фрукт. После этого надо развесить таблички правильно.

9. Гусеница за день с (6:00 часов до 21:00 часов) поднимается на 4 метра вверх по дереву, а вечером (с 21:00 ч. до 24:00 ч.) опускается на 2 метра. Ночью, гусеница спит. В какой день недели гусеница первый раз достигнет высоты в 10 метров, если она начала движение в понедельник в 6:00?

10. Уникуму для проведения опыта нужно точно отмерить 24 минуты. Обычных часов у него нет, но есть двое песочных часов. Одни – на 20 минут (часы А), другие – на 7 минут (часы В). Как Уникуму удалось точно отмерить требуемое время?

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

1. Выполните действия:

125 · 25 · 8 · 183 · 40 · 11.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

2. На каждом километре дороги между городами Липецком и Тамбовом стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тамбова. Уникум заметил, что на одном из столбов записаны числа 36 и 100. Через несколько километров на одной стороне таблички было 54, какое число было с другой стороны этой же таблички?

3. Какой цифрой заканчивается произведение 50 множителей

2111 · 2113 · 2115 · … · 2207 · 2209?

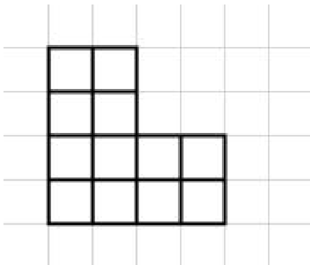
4. У трёх Уникумов вместе 12 книжек с занимательными математическими задачами. У первого Уникума на две книжки меньше, а у третьего на две книжки больше, чем у второго Уникума. Сколько книжек с занимательными математическими задачами у каждого из Уникумов?

5. В мешке находится 40 карандашей. Восемь из них – красные, 7 – желтые, 25 – синие. Какое наибольшее количество карандашей можно взять из этого мешка с закрытыми глазами так, чтобы в мешке остались хотя бы 4 карандаша одного цвета и хотя бы 3 карандаша другого цвета?

6. В колбу пустили бактерию. Каждую минуту число бактерий удваивается. Через три часа колба заполнилась бактериями. В какой момент бактериями была заполнена четверть колбы?

7. Есть три ящика: ящик с апельсинами, ящик с яблоками и ящик со смесью яблок и апельсинов. На каждом ящике есть табличка с указанием что внутри. Таблички взяли и перемешали; теперь оказалось, что все таблички не на своем месте. Есть одна попытка: можно сунуть руку в ящик, и вытащить один фрукт. После этого надо развесить таблички правильно.

8. Можно ли разрезать фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части (одинаковые по форме и по размеру). Если можно, то каким образом?



9. Найдите все решения числового ребуса

МА + ТЕ + МА + ТИ + КА = УУ.

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений кроме найденных.

10. Уникуму для проведения опыта нужно точно отмерить 24 минуты. Обычных часов у него нет, но есть двое песочных часов. Одни – на 20 минут (часы A), другие – на 6 минут (часы B). Как Уникуму удалось точно отмерить требуемое время?

Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

1. Решите уравнение:

$2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 12 + x$.

Выберите самый простой способ решения.

2. Уникум задумал сделать сюрприз для своих друзей к новому году. Для этого он решил придумать такое число, произведение цифр у которого равно 2013? Объясните Уникуму, получится ли ему это сделать или нет?

3. На каждом километре дороги между городами Липецк и Елец стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Ельца. Проезжая мимо столба Уникум заметил, что на одной стороне таблички отмечено двузначное число, сумма цифр которого 8, а на другой стороне число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Проехав ещё 18 км, Уникум очень удивился, увидев на столбе те же числа, подумав, он сумел выяснить причину этого факта и определить расстояние между городами Липецк и Елец. Чему равно это расстояние?

4. На каникулах два Уникума решили потренироваться в решении задач. Они договорились, что количество задач, которые они решают вдвоем за неделю, не будет меняться. В первую неделю они решили одинаковое число задач. На второй неделе первый Уникум решил в два раза больше задач, чем второй. На третьей неделе второй Уникум решил в три раза больше задач, чем первый. Сколько задач решил за три недели первый Уникум, если общее число задач, решенных двумя Уникумами за три недели, не превосходит 50?

5. Незнайка сказал, что может разрезать шахматную доску (квадрат 8 * 8, рисунок 1) указанным на рисунке способом и собрать из полученных частей прямоугольник (рисунок 2). Уникум не поверил Незнайке и сумел объяснить, что собрать прямоугольник не удастся. Как Уникуму удалось опровергнуть Незнайку?

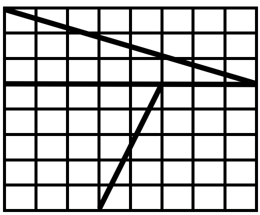


рисунок 1

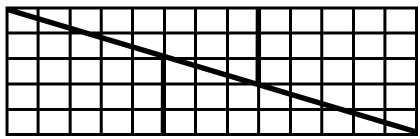


рисунок 2

Отдельные части не должны накладываться друг на друга. Прямоугольник не должен содержать участков не закрытых частями шахматной доски.

6. В одном классе ученики разделились на две группы. Одни должны были всегда говорить только правду, а другие – только неправду. Все ученики класса написали сочинение на свободную тему, которое должно было заканчиваться фразой “Всё здесь написанное, правда” или “Всё здесь написанное, ложь”. В классе было 15 правдолюбцев и 12 лжецов. Сколько получилось сочинений с утверждением о правдивости написанного? Объясните ответ.

7. В мешке находится 40 карандашей. Восемь из них – красные, 7 – желтые, 25 – синие. Какое наибольшее количество карандашей можно взять из этого мешка с закрытыми глазами так, чтобы в мешке остались хотя бы 4 карандаша одного цвета и хотя бы 3 карандаша другого цвета?

8. Два Уникума отправились одновременно навстречу друг другу из двух школ, расстояние между которыми 4 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 3 км/ч. Всё время движения Уникумов с плеча одного Уникума на плечо другого непрерывно перелетала муха (на плече она не задерживалась). Сколько километров пролетела муха до встречи Уникумов, если её скорость 6 км/ч?

9. Гусеница за день с (6:00 до 21:00) поднимается на 40 сантиметров вверх по дереву, а вечером (с 21:00 до 24:00) опускается на 20 сантиметров. Ночью (с 0:00 до 6:00 гусеница спит). В какой день недели гусеница первый раз достигнет высоты в 2 метра, если она начала движение в понедельник в 6:00?

10. (Задача Л.Н. Толстого) Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна полвина осталась косить большой луг (и докосила его к концу дня), а другая перешла косить второй луг, вдвое меньший первого, но не успела к концу дня закончить косьбу. На другой день на этот луг вышел один косец и в течение всего дня докосил его. Сколько всего было косцов? Косцы всё время работали одинаково.

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Выполните действия:

$-12{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot (-8) \cdot (-183) \cdot (-40) \cdot (-11)$.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

2. 9 кг вкусных конфет стоят дешевле 1000 рублей, а 10 кг тех же вкусных конфет — дороже 1110 рублей. Сколько стоит 1 кг конфет? (Стоимость округляется до десятков копеек.)

3. Однажды 24 жителя острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что один из его соседей – правдолюбец, а другой лжец. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 24 человек? Укажите все ответы.

4. Сколькими нулями оканчивается произведение: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 29 \cdot 30$?

5. Незнайка сказал, что может разрезать шахматную доску (квадрат 8 * 8, рисунок 1) указанным на рисунке способом и собрать из полученных частей прямоугольник (рисунок 2). Уникум не поверил Незнайке и сумел объяснить, что собрать прямоугольник не удастся. Как Уникуму удалось опровергнуть Незнайку?

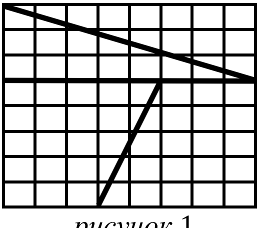


рисунок 1

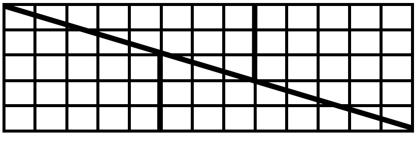


рисунок 2

Отдельные части не должны накладываться друг на друга. Прямоугольник не должен содержать участков не закрытых частями шахматной доски.

6. Все натуральные числа от 0 до 2012 записаны случайным образом в два столбца (получилось 1006 строка по два числа, в последней строке одно число). В каждой строке из большего числа вычли меньшее, и результат записали в третий столбец (в последней строке в третий столбец переписали единственное число). Все числа третьего столбца перемножили. Могли ли в результате получиться числа: а) 4022; б) 6033?

7. Известно, что политическую карту (карту на которой изображены страны, регионы) можно раскрасить в четыре цвета так, что любые две страны, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета. Можно ли окрасить любую политическую карту в три цвета? Считается, что граница каждой страны непрерывная линия.

8. Имеются песочные часы, отмеряющие 12 минут. В 12 часов дня на часах нулевое состояние, и Уникум переворачивая часы, запускает их. Часы остановились в 12 часов 18 минут, и за прошедшие 18 минут Уникум два раза их переворачивал. Один раз часы были перевернуты в 12 часов 8 минут, когда Уникум ещё раз переворачивал часы?

9. Два Уникума отправились одновременно навстречу друг другу из двух школ, расстояние между которыми 4 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 3 км/ч. Всё время движения Уникумов с плеча одного Уникума на плечо другого непрерывно перелетала муха (на плече она не задерживалась). Сколько километров пролетела муха, если её скорость 6 км/ч?

10. На каждом километре дороги между городами Липецк и Тула стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тулы. Уникум заметил, что на каждом столбе сумма всех цифр равна 22. Каково расстояние от Липецка до Тулы?

Задания IV математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2013

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

1. Восстановите пример ** + ** = 197. Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

2. Вычеркните в числе 26052013 любые пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим. Объясните выбранный Вами вариант.

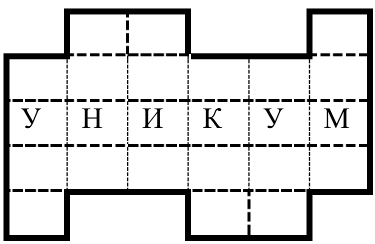
3. Три полицейских гнались по прямой дороге за одним жуликом, вырвавшимся от них. Усатый полицейский бежал со скоростью 6 км/ч, лысый полицейский – со скоростью 7 км/ч, а высокий – со скоростью 8 км/ч. Жулик убегал со скоростью 10 км/ч. Пробежав 3 часа, жулик залез на березу и притаился. А полицейские, пробежав по 5 часов каждый без завтрака, обеда и ужина, остановились и все трое подняли головы вверх. Один из полицейских увидел жулика на березе, обрадовался и арестовал его, а два других вернулись в полицию грустные. Какой полицейский арестовал жулика?

4. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходили бы ровно 4 отрезка.

5. Уникум, готовясь к встрече с друзьями, положил в вазу фрукты: яблок и груш вместе было 9 штук, яблок и мандаринов – 11, а груш и мандаринов – 8. Сколько всего было фруктов? Каких фруктов было меньше всего? А каких больше? Определите количество фруктов каждого вида.

6. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 5 строчек и 5 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

7. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки двумя различными способами, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.



8. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. 2013 жителей острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что оба его соседа правдолюбцы. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 2013 человек? Укажите все ответы и обоснуйте их.

9. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец, после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.

10. Если ребят в парке посадить по три человека на скамейку, то останется 2 незанятых скамейки. Если же рассадить по 2 человека, то все скамейки окажутся занятыми и еще 7 человек останутся без места. Определите, сколько учеников в классе и сколько скамеек.

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

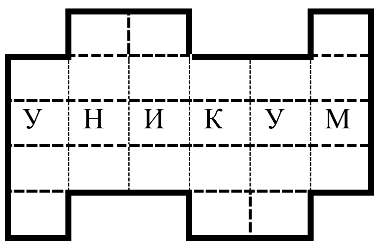
1. Восстановите пример 1*26 + 987 = 2 01*. Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

2. В записи 1*2*3*4*5 замените звездочки знаками действий и расставьте скобки так, чтобы в результате получилось число 100.

3. Сколько имеется пятизначных чисел, сумма цифр которых равна 2.

4. Компьютер умножает число на 2, затем из этого результата вычитает число К, затем умножает результат на 2 и снова вычитает К и так далее. Каждую операцию (умножение и вычитание) он выполняет 2013 раз. Придумайте число, которое в результате описанной работы на компьютере, не изменится.

5. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки как можно большим количеством различных способов, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.



6. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец, после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.

7. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. Предполагается, что каждый обитатель острова или правдолюбец, или лжец.

Двое из трёх островитян A, B и C сделали следующие утверждения:

A: “Мы все лжецы.”

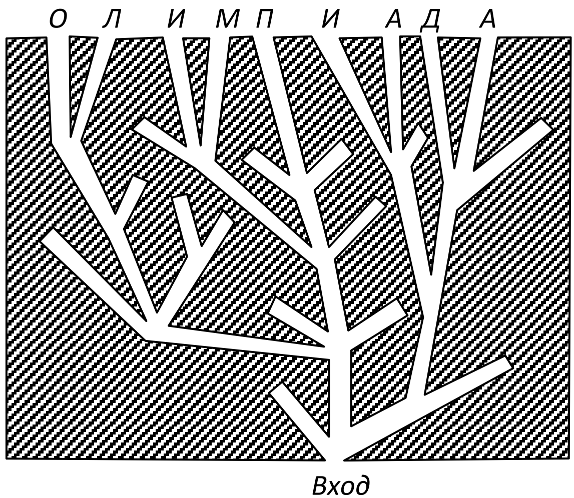
B: “Один из нас правдолюбец.”

Определите кто из трех островитян A, B и C правдолюбец и кто лжец?

8. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.

9. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди четырехзначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.

10. Уникум на досуге нарисовал лабиринт, в котором зашифровал путь от Входа до выхода П как 2210. Разгадайте шифр, предложенный Уникумом, и определите, на какой выход удастся попасть, если воспользоваться планом с шифром 3031?



Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

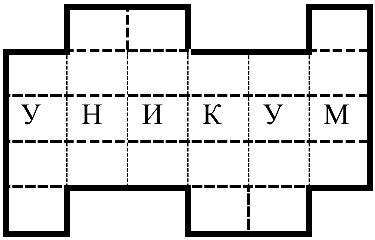
1. Злая колдунья, работая не покладая рук, превращает в гусениц по 30 принцесс в день. Сколько дней предстоит ей трудиться, чтоб превратить в гусениц 810 принцесс? Сколько принцесс в день придется ей превращать в гусениц, если она захочет управиться с этой работой за 15 дней?

2. Вычислите 201220122012 · 2013 – 201320132013 · 2012.

3. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.

4. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2013 строчек и 2013 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

5. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки всеми возможными различных способов, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе. Докажите, что других способов, кроме предложенных Вами нет.



6. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.

7. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди шестизначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.

8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавка он решил использовать кусочек жмыха взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что $\frac{1}{4}$ часть поплавка находится над водой, а $\frac{3}{4}$ под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедал 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?

Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.

9. Сколькими нулями оканчивается произведение:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2012 \cdot 2013$?

10. На плоскости нарисован 2013-угольник. Двое играют в следующую игру. Они поочередно красят некоторым цветом 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 или 10 соседних сторон 2013-угольника, повторно закрашивать сторону нельзя. Тот, кому нельзя сделать ход, проигрывает. Кто из играющих может добиться гарантированной победы? Как он сможет это сделать?

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Восстановите пример *71 · * = 20*3. Вместо знака звездочки * может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

2. К прекрасной принцессе каждую ночь приходит принц и поет баллады. Ровно в полночь он выходит из своего замка и бредёт к башне принцессы со скоростью 5 км/ч. Два часа принц жутко воет под окном принцессы, а потом с той же скоростью бредет обратно домой. В 6 утра принц приходит в замок. Узнай расстояние от замка принца до башни принцессы.

3. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходили бы ровно 4 отрезка.

4. Уникум может сделать уборку квартиры за два часа, а его младший брат за три часа. За сколько времени два брата могли бы вместе убрать квартиру?

5. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.

6. Два Уникума выписывают 2012-значное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Может ли, Уникум, который ходит вторым, добиться того, чтобы полученное число делилось на 9? Объясните ответ.

7. При делении числа на 56 в остатке получилось 30. Как изменится частное и сколько получится в остатке, если то же число разделить на 14?

8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавка он решил использовать кусочек жмыха взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что $\frac{1}{4}$ часть поплавка находится над водой, а $\frac{3}{4}$ под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедал 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?

Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.

9. Всегда ли среди 3 000 произвольных натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на 2013? Объясните ответ.

10. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2012 строчек и 2013 столбцов. Потом он вбивает в две из полученных клеток по гвоздю. Затем он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Клетки, в которые забиты гвозди, доминошками не прикрываются. Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

Решения I математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2010

Математическая олимпиада «Уникум». 3-4 класс

1. Поставьте в записи 1*3*2*1*2=10 вместо звездочек знаки арифметических действий: +, –, ·, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

Ответ: $1 + 3 \cdot 2 + 1 + 2 = 10$.

2. Уникум посадил 12 саженцев. Из всех саженцев, кроме пяти, выросли яблони. На всех яблонях, кроме двух, растут яблоки. Яблоки со всех плодоносящих яблонь, кроме одного, невкусные. На скольких яблонях вкусные яблоки?

Решение. Значение имеет только предпоследнее предложение: “Яблоки со всех плодоносящих яблонь, кроме одного, невкусные”.

Ответ: на 1 яблони.

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько всего было сладостей?

Решение. 1. $7 + 9 + 6 = 22$ – удвоенное количество сладостей.

2. $22 : 2 = 11$.

Ответ: 11.

4. В клетках квадрата 3х3 были записаны числа так, что суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

Ответ:

7	9	2
1	6	11
10	3	5

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

Ответ: Ирина – синие; Света – красные; Маша – белые.

6. Юля и Саша сидят в классе в одном ряду, Юля – за четвертой партой, если считать с начала ряда, а Саша – за четвертой, если считать с конца. Между ними есть еще одна парта. Сколько всего парт может стоять в этом ряду?

Ответ: 9 или 5.

7. Два Уникума ловят в пруду двух щук за две минуты. Сколько Уникумов поймают пять щук за пять минут?

Решение. 1. Каждый Уникум ловит щуку за две минуты.

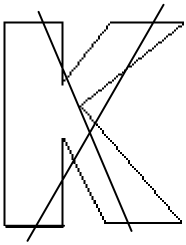
2. Один Уникум поймает пять щук за 10 минут.

3. Два Уникума поймают пять щук за две минуты.

Ответ: две минуты.

8. На день рождения Карлсона испекли торт в форме большой буквы «К». В гости к Карлсону придут 7 гостей. Разрежьте торт двумя прямыми разрезами на 8 частей.

Ответ:



9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода?

Решение. 1. Одного носильщика не хватит, так как через один день он может отдать путешественнику только однодневный запас, через два дня у него останется запас только для возвращения в исходный пункт. (промежуточные варианты также не дают эффекта).

2. Двух носильщиков достаточно. Один из носильщиков после первого дня отдаст по однодневному запасу путешественнику и другому носильщику. Второй носильщик через два дня отдаст однодневный запас путешественнику. В итоге путешественник совершит шестидневный переход, а каждый из путешественников сумеет вернуться в исходный пункт.

Ответ: 2 носильщика.

10. Сколько дедушке лет столько месяцев внучке. Дедушке с внучкой вместе 78 лет. Сколько лет дедушке и сколько внучке?

Ответ: 72 и 6.

Математическая олимпиада «Уникум». 5-6 класс

1. Поставьте в записи 2*15*7*5*2=100 вместо звездочек знаки арифметических действий: +, –, ·, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

Ответ: $2 + 15 \cdot 7 - 5 - 2 = 100$ или $2 \cdot 15 + 7 \cdot 5 \cdot 2 = 100$.

2. В саду посадила 2010 саженцев. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 10, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

Решение. Значение имеет только предпоследнее предложение: “Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные”.

Ответ: на 1 груше.

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько было сладостей каждого вида?

Решение. 1. 7 + 9 + 6 = 22 – удвоенное количество сладостей.

2. 22 : 2 = 11.

Ответ: 11.

4. В клетках квадрата 3x3 были записаны числа так, что сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

Решение. Иллюстрация решения приведена на рисунке.

17	*A*-1	2
1	16	*A*+1
A	3	15

17	29	2
1	16	31
30	3	15

Условие задачи выполняется, если 17 + 16 + 15 = 18 + A. Следовательно, A = 30.

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

Ответ: Ирина – синие; Света – красные; Маша – белые.

6. Юля и Саша купили билеты в кино на разные ряды, Юля – на пятый ряд, если считать с начала зрительного зала, а Саша – на пятый ряд, если считать с конца. Между ними есть еще два ряда. Сколько всего рядов может быть в зрительном зале?

Ответ: 12 или 6.

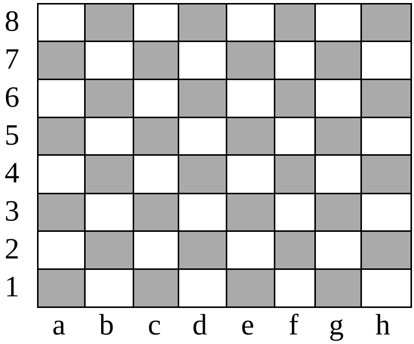
7. Два котенка ловят трех мышей за две минуты. Сколько нужно котят, чтобы они поймали восемнадцать мышей за шесть минут?

Решение. 1. Два котенка поймают 18 мышей за 12 минут.

2. Для ловли восемнадцати мышей за 6 минут достаточно четырёх котят.

Ответ: два котенка.

8. На поле a1 шахматной доски стоит ладья. Два игрока передвигают ее по очереди, либо вправо, либо вверх на любое число клеток. Выиграет тот, кто поставит ладью на поле h8. Кто победит при правильной игре, первый или второй игрок, и как он должен играть?



Решение. Если анализировать игру от её завершения, то выигрышными позициями для второго игрока будут g7, f6, e5, d4, c3, b2 (клетки на диагонали от левого нижнего угла до правого верхнего). Второй игрок выигрывает, если каждым своим ходом будет ставить ладью в указанные клетки. У первого игрока не будет такой возможности и шансов победить.

Ответ: второй игрок.

9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода? Какое наименьшее число носильщиков потребуется для восьмидневного перехода, если путешественник и каждый из носильщиков могут взять с собой пятидневный запас пищи и воды для одного человека?

1 часть задачи.

Решение. 1. Одного носильщика не хватит, так как через один день он может отдать путешественнику только однодневный запас, через два дня у него останется запас только для возвращения в исходный пункт. (промежуточные варианты также не дают эффекта).

2. Двух носильщиков достаточно. Один из носильщиков после первого дня отдаст по однодневному запасу путешественнику и другому носильщику. Второй носильщик через два дня отдаст однодневный запас путешественнику. В итоге путешественник совершит шестидневный переход, а каждый из путешественников сумеет вернуться в исходный пункт.

Ответ: 2 носильщика.

2 часть задачи.

Решение. 1. Одного носильщика не хватит, так как и через один, и через два дня он может отдать путешественнику только однодневный запас (промежуточные варианты также не дают эффекта).

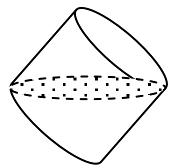
2. Двух носильщиков также недостаточно. У троих человек исходно пятнадцатидневный запас, путешественнику требуется восьмидневный запас, на двух носильщиков остается семидневный запас. Максимум один из носильщиков может пройти один день и вернуться, а другой два дня и вернуться, но этого недостаточно.

3. Трех носильщиков достаточно. Проиллюстрируем это таблицей. В таблице для каждого носильщика указано количество имеющихся запасов с учетом того, что он передал другим.

	Путешественник	1-й носильщик	2-й носильщик	3-й носильщик
Первоначально	5	5	5	5
Через 1 день	5	1	5	5
Через 2 дня	5		2	5
Через 3 дня	5			3

Ответ: 3 носильщика.

10. У двух Уникумов, стоящих на берегу озера, имеются две цилиндрические ёмкости вместимостью соответственно 4 и 6 литров. Требуется налить в одну из ёмкостей ровно 1 литр воды. Как этого добиться?



Решение. 1. Налив в большую ёмкость воду как показано на рисунке, получим 3 литра жидкости.

2. Отольём из большей ёмкости в меньшую 2 литра воды, способом аналогичным первому шагу. В большой ёмкости останется 1 литр жидкости.

Решения II математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2011

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

1. Выполните действия:

12 + 17 + 39 + 456 + 88 + 44 + 1083 + 261 + 11.

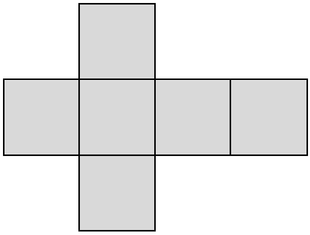
Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Ответ: (12+88)+(17+1083)+(39+261)+(456+44)+11=2011.

2. Два Уникума собрали вместе 72 груши. После того как один из них подарил другому 15 груш, то груш у них стало поровну. Сколько груш собрал каждый из Уникумов?

Ответ: 51 и 21.

3. На каждой грани кубика должно быть написано одно из чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (все числа на гранях разные) таким образом, чтобы суммы чисел на противоположных гранях были одинаковы. Расставьте эти числа на развертке куба, чтобы из нее потом получился описанный выше кубик.



Ответ:

	2		
1	3	6	4
	5		

4. Три ластика, один карандаш и два блокнота стоят 22 рубля. Один ластик, три карандаша и два блокнота стоят 38 рублей. Сколько стоит комплект из одного ластика, одного карандаша и одного блокнота?

Решение. 1. 22 + 38 = 60 р. – стоимость четырех ластиков, четырех карандашей и четырех блокнотов.

2. 60 : 4 = 15 р. – стоимость комплект из одного ластика, одного карандаша и одного блокнота.

Ответ: 15 р.

5. Масса ящика с апельсинами равна 35 кг. После продажи половины всех апельсинов ящик поставили на весы. Весы показали 21 кг. Какова масса пустого ящика?

Решение.

I способ.

1. 35 – 21 = 14 кг. – масса половины апельсинов.

2. 14 · 2= 28 кг – масса всех апельсинов.

3. 35 – 28 = 7 кг – масса пустого ящика.

II способ.

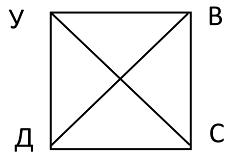
1. 35 – 2х = 21 – х.

х = 14 кг – масса половины апельсинов.

2. 21 – х = 7 кг.

Ответ: 7 кг.

6. В некотором государстве четыре города: Умножения, Деления, Сложения и Вычитания. Между каждыми двумя городами есть дорога. Уникум живет в городе Умножения и хочет за одну поездку посмотреть каждый город, а затем вернуться обратно в город Умножения. Приведите все возможные маршруты Уникума, но такие, в которых Уникум не посещал ни одного города (кроме города Умножения) дважды. Сколько различных маршрутов у Вас получилось?



Ответ: 6 различных маршрутов: УДВСУ, УДСВУ, УВСДУ, УВДСУ, УСВДУ, УСДВУ.

7. Пять кулинаров за пять часов испекли пять тортов. Сколько тортов испекут 15 кулинаров за четыре часа?

Решение. 1. Пять кулинаров за 1 час пекут один торт.

2. 15 кулинаров за 1 час испекут три торта, а за четыре часа – 12.

Ответ: 12 тортов.

8. Требуется пожарить три оладушка. На сковородке умещаются лишь два оладушка. На поджаривание оладушка с одной стороны требуется одна минута. За какое наименьшее время можно поджарить с двух сторон все три оладушка? (Время на перевертывание и перекладывание в расчет не принимается).

Решение. 1. Жарим 1 и 2 (1 мин).

2. Переворачиваем 1 и заменяем 2 на 3. Жарим 1 и 3 (1 мин).

3. Переворачиваем 3 и заменяем 1 на 2. Жарим 2 и 3 (1 мин).

Ответ: 3 мин.

9. В сказочном саду художник Уникум раскрашивает стеклянную крышу над садом. Он красит так быстро, что за сутки вдвое увеличивает площадь закрашенной поверхности крыши. Он раскрасит всю крышу за 12 суток. За какое время раскрасят всю крышу два таких художника Уникума?

Решение. За последние сутки художник раскрасит половину крыши. Следовательно, за первые 11 суток каждый из художников окрасит полкрыши.

Ответ: 11 суток.

10. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений, кроме найденных.

Решение. 1. Буква У может соответствовать только 1, иначе сумма была бы семизначной.

2. Буква Н может соответствовать только 2, иначе сумма была бы семизначной.

3. Буква И может соответствовать только 3, иначе сумма была бы семизначной или цифры Л и Г будут равны 9.

4. Для двух последних цифр получаем уравнение 120 = 8 · М + 80, следовательно, М = 5. А = 0.

5. Буква К может соответствовать только 4.

В решении необходимо доказать, что другим вариантов ответов нет.

Ответ: У = 1, Н = 2, И = 3, К = 4, М = 5, О = 9, Б = 8, Щ = 7, А = 0.

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

1. Выполните действия

29 + 37 + 456 + 44 + 1171 + 263 + 11+290 000 + 370 000 + 4 560 000 +

+ 440 000 + 11 710 000 + 2 630 000 + 110 000

укажите самый простой порядок выполнения действий.

Решение. 1. (29+1171)+(37+263)+(456+44)+11=2011.

2. Сумма остальных слагаемых находится аналогично.

Ответ: 20 112 011

2. Все числа от 1 до 100 выписали на доску. Сколько раз на доске встретилась цифра 2?

Решение. От 1 до 9 одна цифра 2. В каждом следующем десятке, кроме десятка от 20 до 29, по одной цифре 2. От 20 до 29 одиннадцать цифр 2.

9 + 11 = 20.

Перечисление всех чисел с цифрой 2 также является правильным решением.

Ответ: 20.

3. Для того чтобы разрезать железную трубу на 2 части, надо заплатить за работу 50 руб. Сколько будет стоить работа, если трубу надо разрезать на 12 частей?

Решение. 1. Для того чтобы разрезать трубу на две части выполняется один разрез. Стоимость одного разреза 50 руб.

2. Для того чтобы разрезать трубу на 12 частей выполняется 11 разрезов. Стоимость одного разреза 50 руб.

$11 \cdot 50 = 550$ руб.

Ответ: 550 руб.

4. В три коробки надо разложить 90 пакетов так, чтобы в первой коробке было вдвое больше пакетов, чем во второй, а во второй на 2 пакета больше, чем в третьей. Сколько пакетов будет в первой коробке?

Решение. 1. Пусть x – количество пакетов во второй коробке. Тогда в первой коробке 2x пакетов, я в третьей (x – 2) пакета.

2. Получим уравнение $2x + x + (x - 2) = 90$.

Ответ: 23 пакета.

5. Масса ящика с апельсинами равна 35 кг. После продажи половины всех апельсинов ящик поставили на весы. Весы показали 21 кг. Какова масса пустого ящика?

Решение.

I способ.

1. 35 – 21 = 14 кг. – масса половины апельсинов.

2. 14 · 2= 28 кг – масса всех апельсинов.

3. 35 – 28 = 7 кг – масса пустого ящика.

II способ.

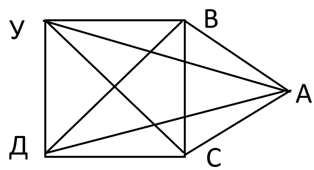
1. $35 - 2x = 21 - x$.

$x = 14$ кг – масса половины апельсинов.

2. $21 - x = 7$ кг.

Ответ: 7 кг.

6. В некотором государстве пять городов: Умножения, Деления, Сложения, Вычитания и Арифметики. Между каждыми двумя городами есть дорога. Уникум живет в городе Арифметики и хочет за одну поездку посмотреть каждый город, а затем вернуться обратно в город Арифметики. Приведите все возможные маршруты Уникума, но такие в которых Уникум не посещал ни одного города (кроме города Арифметики) дважды. Сколько различных маршрутов у Вас получилось?



Маршруты, где первым, после города Арифметики, является город Умножения: АУДВСА, АУДСВА, АУВСДА, АУВДСА, АУСВДА, АУСДВА.

Ещё три случая аналогичны.

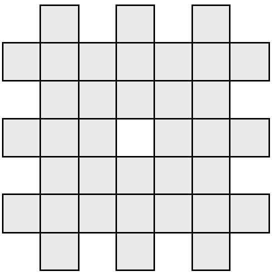
Ответ: 24 различных маршрута.

7. Четвероклассник решил умножить все числа месяца мая, начиная с первого числа и заканчивая 31 числом, а затем вычесть из полученного результата счастливое число 2011 и определить последние четыре цифры итогового результата. Четвероклассник долго пыхтел и старался. Так бы он и считал до вечера, но пришел друг Уникум и быстро решил задачу. Предложите и вы свое решение этой задачи.

Решение. Последние четыре цифры произведения нули.

Ответ: 7989

8. Можно ли фигуру, изображенную на рисунке, разрезать по клеточкам на четыре равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат? Если можно, то укажите один из способов получения квадрата. Если нельзя объясните почему.



Решение.

	1		2		2	
1	1	1	2	2	2	2
	1	1	2	2	2	
1	1	1		3	3	3
	4	4	4	3	3	
4	4	4	4	3	3	3
	4		4		3	

1	1	1	4	4	4
1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	3	4
2	1	2	3	3	3
2	2	2	2	3	3
2	2	2	3	3	3

9. На гранях кубика написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Кубик бросают дважды. Первый раз сумма чисел, выпавших на боковых гранях, равна 13, а второй раз – равна 16. Какое число написано на грани, противоположной той, на которой написано число 4? Объясните отсутствие других решений кроме найденного.

Решение. 1. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 – общая сумма чисел на гранях куба.

2. 21 – 13 = 8 – сумма чисел на нижней и верхней гранях куба в первом случае.

3. 21 – 16 = 5 – сумма чисел на нижней и верхней гранях куба во втором случае.

4. 21 – 8 – 5 = 8 – сумма чисел на противоположных гранях куба в третьем случае.

Таким образом, суммы чисел на противоположных гранях куба равны: 8, 8, 5. Так как числа на всех гранях различны, то на грани, противоположной той, на которой написано число 4 может быть написано только число 1.

Возможный вариант расположения чисел приведен на рисунке.

	4		
3	2	5	6
	1		

Ответ: 1.

10. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений, кроме найденных.

Решение. 1. Буква У может соответствовать только 1, иначе сумма была бы семизначной.

2. Буква Н может соответствовать только 2, иначе сумма была бы семизначной.

3. Буква И может соответствовать только 3, иначе сумма была бы семизначной или цифры Л и Г будут равны 9.

4. Для двух последних цифр получаем уравнение $120 = 8 \cdot М + 80$, следовательно $М = 5$. $А = 0$.

5. Буква К может соответствовать только 4.

Ответ: У = 1, Н = 2, И = 3, К = 4, М = 5, О = 9, Б = 8, Щ = 7, А = 0.

Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

1. Решите уравнение

$2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 11 + x$.

Выберите самый простой способ решения.

Решение. $2x + (245 + 755) + (576 + 424) = (1243 + 757) + (1542 + 458) +$

$+ 11 + x$.

$x = 2011$.

2. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в шесть раз.

Решение. Цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 0 не подходит.

$1 \cdot 6 = 6$, $2 \cdot 6 = 12$, $3 \cdot 6 = 18$, $4 \cdot 6 = 24$, $5 \cdot 6 = 30$, $6 \cdot 6 = 36$, $7 \cdot 6 = 42$,

$8 \cdot 6 = 48$, $9 \cdot 6 = 54$.

Ответы: 12, 24, 36, 48.

3. Маша учится в пятом классе. В этом классе мальчиков в два раза меньше, чем девочек. У Маши одноклассниц на 10 больше, чем одноклассников. Сколько учеников в классе?

Решение. 1. Пусть x – количество мальчиков в классе, тогда

$2x$ – количество девочек;

$(2x – 1)$ – количество девочек без Маши.

2. Получаем уравнение $2x - 11 = x$, $x = 11$.

3. Мальчиков 11, девочек 22.

Ответ: 33.

4. Пять экскаваторов за 2 часа выкопали 7 ям. Сколько ям выкопают 10 экскаваторов за 7 часов?

Решение. 1. Пять экскаваторов за 1 час выкопают 3,5 ямы, а за 7 часов – 24,5 ямы.

2. 10 экскаваторов за 7 часов выкопают 49 ям.

Ответ: 49 ям.

5. В мае на круговом маршруте работали два автобуса, причем интервал их движения составлял 21 минуту. Как изменится интервал движения автобусов, если в июне на маршрут выйдет 3 таких автобуса?

Решение. 1. Если для двух автобусов интервал движения составляет 21 мин, то один автобус проезжает круг за 42 мин.

2. 42 / 3 = 14мин – интервал движения трех автобусов.

Ответ: 14 мин.

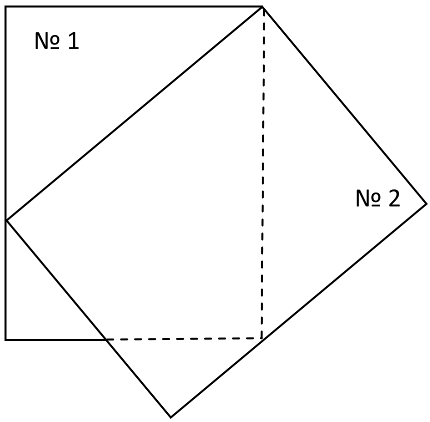
6. Сможет ли Уникум распределить 44 монеты по 10 карманам так, чтобы количество монет в каждом кармане было различным?

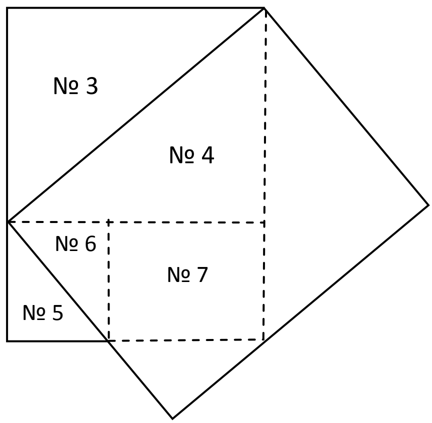
Решение. Рассмотрим вариант с наименьшим возможным различным количеством монет в карманах

0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.

Ответ: нет, не сможет.

7. Два равных прямоугольника частично перекрывают друг друга, как показано на рисунке. Для прямоугольника № 1 определите, какая часть больше, закрытая или открытая.





Решение. 1. Треугольники № 3 и № 4 равны. Треугольники № 5 и № 6 также равны. Но закрытая часть содержит ещё и прямоугольник № 7.

2. Следовательно, закрытая часть больше, чем открытая.

Ответ: закрытая часть больше.

8. В олимпиаде по математике участвовало пять школьников: Андрей, Борис, Владимир, Петр и Сергей. Олимпиада включала пять заданий. Каждый из участников решил различное число задач (количество задач, решенных каждым из участников – число целое). После подведения итогов каждый участник сделал два утверждения.

Андрей: “Я решил одну задачу. Я занял пятое место.”

Борис: “Я решил две задачи. Я занял четвертое место.”

Владимир: “Я решил три задачи. Я занял третье место.”

Петр: “Я решил четыре задачи. Я занял второе место.”

Сергей: “Я решил пять задач. Я занял первое место.”

У каждого участника одно из сделанных утверждений истинно, а одно ложно. Какое место занял каждый из участников, если места определялись по количеству решенных задач (больше решенных задач – выше место)?

Решение. 1. Одно из утверждений сделанных Сергеем истинно, а другое ложно. Если истинно: “Я решил пять задач”, то второе утверждение также истинно, что не соответствует условию задачи. Значит у Сергея истинно утверждение: “Я занял первое место”. Первое место Сергей мог занять только с пятью или четырьмя решенными задачами. Однако утверждение “Я решил пять задач” ложно. Следовательно, Сергей решил четыре задачи.

2. По первому пункту решения утверждение Петра: “Я решил четыре задачи” – ложно. Следовательно, истинно утверждение: “Я занял второе место”. Петр с тремя решенными задачами занял второе место.

3. Рассуждения для Владимира, Бориса и Алексея аналогичны. У Владимира третье место с двумя решенными задачами, у Бориса четвертое место с одной решенной задачей, Андрей – пятый, ему не удалось решить ни одной задачи (ноль решенных задач).

Ответ: Сергей – первое место (4 задачи), Петр – второе место(3 задачи), Владимир – третье место (2 задачи), Борис – четвертое место (1 задача), Андрей – пятое место (0 задач).

9. Среди 2011 монет 100 фальшивых. Каждая фальшивая отличается от настоящей по весу на 1 грамм (в ту или в другую сторону). Имеются чашечные весы со стрелкой, показывающей разность масс одной и другой чашки. За одно взвешивание про одну выбранную монету нужно узнать, фальшивая она или настоящая. Как это сделать?

Решение. 1. Положим на обе чашки весов по 1 000 монет, выбранную на весы не кладем.

2. Если выбрана настоящая монета, то на весах 100 фальшивых монет. Количество фальшивых монет на разных чашках весов отличается на четное число, а значит и вес отличается на четное число граммов.

3. Если выбрана фальшивая монета, то на весах 99 фальшивых монет. Количество фальшивых монет на разных чашках весов отличается на нечетное число, а значит и вес отличается на нечетное число граммов.

Ответ: если весы показывают четное число, то монета настоящая, в противном случае – фальшивая.

10. Четверо Уникумов-путешественников хотят перейти по подвесному мосту через ущелье. Одновременно по мосту могут идти не более двух Уникумов. Если мост проходят двое, то они двигаются со скорость того, кто идет медленнее. Идет сильный дождь, и Уникумы не хотят намокнуть. Мост начинается и заканчивается навесами, там дождь нестрашен. По мосту Уникумы могут передвигаться только с зонтом, зонт достаточно велик и может вмещать двух путешественников. Смогут ли Уникумы преодолеть мост за 15 минут, если один из них может перейти мост за 1 минуту, второй – за 2 минуты, третий – за 5 минут, а четвертый – за 8 минут? Зонт у них один.

Решение. Укажем схему движения Уникумов.

1. 1 и 2 (2 мин).

2. 2, движение в обратную сторону (2 мин).

3. 3 и 4 (8 мин).

4. 1, движение в обратную сторону (1 мин).

5. 1 и 2 (2 мин).

$2 + 2 + 8 + 1 + 2 = 15$ мин.

Ответ: да, сумеют.

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Решите уравнение

$2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 11 + x.$

Решение. $2x + (245 + 755) + (576 + 424) = (1243 + 757) + (1542 + 458) + 11 + x.$

$x = 2011.$

Ответ: 2011.

2. Масса ящика с апельсинами равна 35 кг. После продажи половины всех апельсинов ящик поставили на весы. Весы показали 21 кг. Какова масса пустого ящика?

Решение.

I способ.

1. 35 – 21 = 14 кг – масса половины апельсинов.

2. 14 · 2= 28 кг – масса всех апельсинов.

3. 35 – 28 = 7 кг – масса пустого ящика.

II способ.

1. $35 - 2x = 21 - x.$

$x = 14$ кг – масса половины апельсинов.

2. $21 - x = 7$ кг.

Ответ: 7 кг.

3. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в шесть раз.

Решение. Цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 0 не подходит.

$1 \cdot 6 = 6, 2 \cdot 6 = 12, 3 \cdot 6 = 18, 4 \cdot 6 = 24, 5 \cdot 6 = 30, 6 \cdot 6 = 36, 7 \cdot 6 = 42, 8 \cdot 6 = 48, 9 \cdot 6 = 54.$

Ответ: 12, 24, 36, 48.

4. Маша учится в пятом классе. В этом классе мальчиков в два раза меньше, чем девочек. У Маши одноклассниц на 10 больше, чем одноклассников. Сколько учеников в классе?

Решение. 1. Пусть x – количество мальчиков в классе, тогда 2x – количество девочек; (2x – 1) – количество девочек без Маши.

2. Получаем уравнение 2x □ 1 □□ x = 10,x = 11.

3. Мальчиков 11, девочек 22.

Ответ: 33.

5. Замените, если возможно, звездочки в выражении

50 * 25 * 12 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3

на знаки “+” или “–” так, чтобы сумма была равна 15.

Решение. Значение выражения всегда четно (т.к. нечетных слагаемых четное число), поэтому указанная замена невозможна.

Ответ: заменить нельзя.

6. Фокусник попросил зрителя задумать число, а затем увеличить задуманное число в два раза, полученное число увеличить на 5, затем вычесть 50, полученную разность число умножить на 12, отнять от произведения 38 и, наконец, умножить результат на 3. Зритель сообщил, что у него получилось число 2010. Какое число задумал зритель, если он в своих вычислениях не ошибался?

Решение. $(12 \cdot ((2x + 5) - 50) - 38) \cdot 3 = 2010$.

Ответ: 52.

7. Во фразе «Уникум – олимпиада две тысячи десятого года» передвинем в каждом слове первую букву на последнее место: «никумУ – лимпиадао вед ысячит есятогод одаг». Сделаем то же самое с полученным текстом, и так далее. Через какое число таких операций мы впервые вернемся к исходному тексту?

Решение. 1. Слово Уникум будет появляться через число ходов кратное 6, олимпиада – через число ходов кратное 9, две – через число ходов кратное 3, тысячи – через число ходов кратное 6, десятого – через число ходов кратное 8, года – через число ходов кратное 4.

2. Таким образом, искомое число должно делиться на 6, 9, 3, 8, 4. Наименьшее число, удовлетворяющее этому условию 72 (НОК(6, 9, 3, 8, 4)).

Ответ: 72.

8. В олимпиаде по математике участвовало пять школьников: Андрей, Борис, Владимир, Петр и Сергей. Олимпиада включала пять заданий. Каждый из участников решил различное число задач (количество задач, решенных каждым из участников – число целое). После подведения итогов каждый участник сделал два утверждения.

Андрей: "Я решил одну задачу. Я занял пятое место."

Борис: "Я решил две задачи. Я занял четвертое место."

Владимир: "Я решил три задачи. Я занял третье место."

Петр: "Я решил четыре задачи. Я занял второе место."

Сергей: "Я решил пять задач. Я занял первое место."

У каждого участника одно из сделанных утверждений истинно, а одно ложно. Какое место занял каждый из участников, если места определялись по количеству решенных задач (больше решенных задач – выше место)?

Решение. 1. Одно из утверждений сделанных Сергеем истинно, а другое ложно. Если истинно: "Я решил пять задач", то второе утверждение также истинно, что не соответствует условию задачи. Значит у Сергея истинно утверждение: "Я занял первое место". Первое место Сергей мог занять только с пятью или четырьмя решенными задачами. Однако утверждение "Я решил пять задач" ложно. Следовательно, Сергей решил четыре задачи.

2. По первому пункту решения утверждение Петра: “Я решил четыре задачи” – ложно. Следовательно, истинно утверждение: “Я занял второе место”. Петр с тремя решенными задачами занял второе место.

3. Рассуждения для Владимира, Бориса и Алексея аналогичны. У Владимира третье место с двумя решенными задачами, у Бориса четвертое место с одной решенной задачей, Андрей – пятый, ему не удалось решить ни одной задачи (ноль решенных задач).

Ответ: Сергей – первое место (4 задачи), Петр – второе место(3 задачи), Владимир – третье место (2 задачи), Борис – четвертое место (1 задача), Андрей – пятое место (0 задач).

9. Найдите все решения числового ребуса

УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ +

+ УНИКУМ + УНИКУМ + УНИКУМ = ОБЩИНА

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений кроме найденных.

Решение. 1. Буква У может соответствовать только 1, иначе сумма была бы семизначной.

2. Буква Н может соответствовать только 2, иначе сумма была бы семизначной.

3. Буква И может соответствовать только 3, иначе сумма была бы семизначной или цифры Л и Г будут равны 9.

4. Для двух последних цифр получаем уравнение 120 = 8 · М + 80, следовательно, М = 5, А = 0.

5. Буква К может соответствовать только 4.

Ответ: У = 1, Н = 2, И = 3, К = 4, М = 5, О = 9, Б = 8, Щ = 7, А = 0.

10. Четверо Уникумов-путешественников хотят перейти по подвесному мосту через ущелье. Одновременно по мосту могут идти не более двух Уникумов. Если мост проходят двое, то они двигаются со скорость того, кто идет медленнее. Идет сильный дождь, и Уникумы не хотят намокнуть. Мост начинается и заканчивается навесами, там дождь нестрашен. По мосту Уникумы могут передвигаться только с зонтом, зонт достаточно велик и может вмещать двух путешественников. Смогут ли Уникумы преодолеть мост за 15 минут, если один из них может перейти мост за 1 минуту, второй – за 2 минуты, третий – за 5 минут, а четвертый – за 8 минут? Зонт у них один.

Решение. Укажем схему движения Уникумов.

1. 1 и 2 (2 мин).

2. 2, движение в обратную сторону (2 мин).

3. 3 и 4 (8 мин).

4. 1, движение в обратную сторону (1 мин).

5. 1 и 2 (2 мин).

2 + 2 + 8 + 1 + 2 = 15 мин.

Ответ: да, сумеют.

Решения III математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2012

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

1. Выполните действия:

422 + 17 + 456 + 78 + 44 + 983 + 12.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Ответ: 422+78+17+983+456+44+12=2012

2. На каждом километре дороги между городами Липецком и Тамбовом стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тамбова. Уникум заметил, что на одном из столбов записаны числа 36 и 100. Каково расстояние от Липецка до Тамбова?

Ответ: 136 км.

3. Какой цифрой заканчивается произведение 30 множителей

$2111 \cdot 2113 \cdot 2115 \cdot \ldots \cdot 2167 \cdot 2169$?

Решение. Все множители нечетны. Если одна из последних цифр 5, то и в произведении последней цифрой будет 5. Так как при умножении нечетного числа на 5 получается число, заканчивающееся 5.

Ответ: 5.

4. Четыре авторучки, один карандаш и две тетради стоят 53 рубля. Одна авторучка, четыре карандаша и три тетради стоят 67 рублей. Сколько стоит комплект из одной авторучки, одного карандаша и одной тетради?

Решение. 1. 53 + 67 = 120 р. – стоимость пяти авторучек, пяти карандашей и пяти тетрадей.

2. 120 : 5 = 24 р. – стоимость комплект из одной авторучки, одного карандаша и одной тетради.

Ответ: 24 р.

5. У трёх Уникумов вместе 12 книжек с занимательными математическими задачами. У первого Уникума на две книжки меньше, а у третьего на две книжки больше, чем у второго Уникума. Сколько книжек с занимательными математическими задачами у каждого из Уникумов?

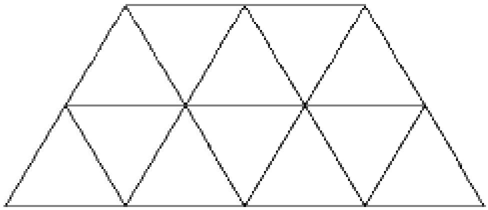
Решение. 1. Если третий Уникум отдаст две книжки первому, то количество книг у Уникумов сравняется.

2. 12 : 3 = 4 книги – количество книг у каждого Уникума после первого действия.

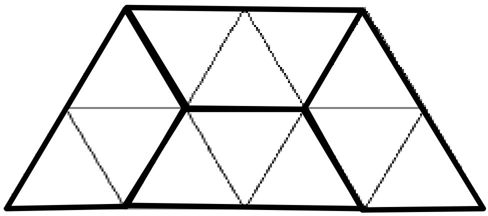
3. Следовательно, у второго Уникума 4 книги, у первого – 2, а у третьего – 6.

Ответ: первого – 2, у второго – 4, у третьего – 6.

6. Можно ли разрезать фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части (одинаковые по форме и по размеру). Если можно, то каким образом?



Решение.



Ответ: да, можно.

7. (Старинная задача) За 25 бубликов заплатили столько рублей, сколько бубликов можно купить на рубль. Сколько стоит один бублик? Если ответов несколько, то приведите их все и объясните, почему других решений нет.

Решение. 1. Ответ легко отгадать: пусть за 25 бубликов заплатили 5 руб., тогда 5 бубликов можно купить на рубль. Значит, бублик стоит 20 копеек.

2. Других ответов нет, так как при увеличении стоимости бублика общая стоимость бубликов будет увеличиваться, а количество бубликов, которые можно приобрести за один рубль – уменьшаться.

8. Есть три ящика: ящик с апельсинами, ящик с яблоками и ящик со смесью яблок и апельсинов. На каждом ящике есть табличка с указанием что внутри. Таблички взяли и перемешали; теперь оказалось, что все таблички не на своем месте. Есть одна попытка: можно сунуть руку в ящик, и вытащить один фрукт. После этого надо развесить таблички правильно.

Решение: 1. Если достали апельсин, и на ящике нет таблички "Апельсины", то на этот ящик вешаем табличку "Апельсины". На одном из оставшихся ящиков меняем табличку.

2. Если достали апельсин, и на ящике табличка "Апельсины", то на этот ящик вешаем табличку "Смесь". На одном из оставшихся ящиков меняем табличку.

3-4. Аналогично для яблок.

9. Гусеница за день с (6:00 часов до 21:00 часов) поднимается на 4 метра вверх по дереву, а вечером (с 21:00 ч. до 24:00 ч.) опускается на 2 метра. Ночью, гусеница спит. В какой день недели гусеница первый раз достигнет высоты в 10 метров, если она начала движение в понедельник в 6:00?

Решение. За первые трое суток гусеница поднимется на 6 метров. В четверг днем гусеница поднимется ещё на 4 метра, и первый раз достигнет высоты 10 метров.

Ответ: четверг.

10. Уникуму для проведения опыта нужно точно отмерить 24 минуты. Обычных часов у него нет, но есть двое песочных часов. Одни – на 20 минут (часы А), другие – на 7 минут (часы В). Как Уникуму удалось точно отмерить требуемое время?

Решение. 1. Запускаем часы одновременно. Часы В переворачиваем через 7 и 14 мин.

2. Через 20 минут (высыплется песок из часов А) переворачиваем часы А. После переворота в часах В песка останется на 1 минуту.

3. Через 21 минуту (песок из часов В высыпался), одновременно переворачиваем часы. После переворота в часах А песка останется на 1 минуту.

4. Через 22 минуты (песок из часов А высыпался), одновременно переворачиваем часы. После переворота в часах В песка останется на 1 минуту.

5. Через 23 минуты (песок из часов В высыпался), одновременно переворачиваем часы. После переворота в часах А песка останется на 1 минуту.

6. Через 24 минуты песок из часов А высыплется, получим время необходимое для опыта.

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

1. Выполните действия: $125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 183 \cdot 40 \cdot 11$.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Решение. $125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 183 \cdot 40 \cdot 11 = (125 \cdot 8) \cdot (40 \cdot 25) \cdot 183 \cdot 11 =$

$= 2\,013\,000\,000$.

Ответ: 2 013 000 000.

2. На каждом километре дороги между городами Липецком и Тамбовом стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тамбова. Уникум заметил, что на одном из столбов записаны числа 36 и 100. Через несколько километров на одной стороне таблички было 54, какое число было с другой стороны этой же таблички?

Решение. 1. 36 + 100 = 136 км – расстояние между городами Липецк и Тамбов.

2. 136 – 54 = 82 км – искомое число.

Ответ: 82 км.

3. Какой цифрой заканчивается произведение 50 множителей

$2111 \cdot 2113 \cdot 2115 \cdot \ldots \cdot 2207 \cdot 2209$?

Решение. Все множители нечетны. Если одна из последних цифр 5, то и в произведении последней цифрой будет 5. Так как при умножении нечетного числа на 5 получается число, заканчивающееся 5.

Ответ: 5.

4. У трёх Уникумов вместе 12 книжек с занимательными математическими задачами. У первого Уникума на две книжки меньше, а у третьего на две книжки больше, чем у второго Уникума. Сколько книжек с занимательными математическими задачами у каждого из Уникумов?

Решение. 1. Если третий Уникум отдаст две книжки первому, то количество книг у Уникумов сравняется.

2. 12 : 3 = 4 книги – количество книг у каждого Уникума после первого действия.

3. Следовательно, у второго Уникума 4 книги, у первого – 2, а у третьего – 6.

Ответ: первого – 2, у второго – 4, у третьего – 6.

5. В мешке находится 40 карандашей. Восемь из них – красные, 7 – желтые, 25 – синие. Какое наибольшее количество карандашей можно взять из этого мешка с закрытыми глазами так, чтобы в мешке остались хотя бы 4 карандаша одного цвета и хотя бы 3 карандаша другого цвета?

Решение. Если будут взяты 6 красных карандашей и 5 желтых, то условие задачи выполняться не будет.

Если не более десяти карандашей, то останется как минимум три или красных, или желтых. Синих будет больше четырех, условие задачи выполняется.

Ответ: 10.

6. В колбу пустили бактерию. Каждую минуту число бактерий удваивается. Через три часа колба заполнилась бактериями. В какой момент бактериями была заполнена четверть колбы?

Решение. За последнюю перед заполнением колбы минуту число бактерий удвоилось. Значит, в 2 часа 59 минут была заполнена половина колбы. Аналогично, четверть колбы была заполнена через 2 часа 58 минут.

Ответ: 2 часа 58 минут.

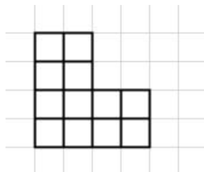
7. Есть три ящика: ящик с апельсинами, ящик с яблоками и ящик со смесью яблок и апельсинов. На каждом ящике есть табличка с указанием что внутри. Таблички взяли и перемешали; теперь оказалось, что все таблички не на своем месте. Есть одна попытка: можно сунуть руку в ящик, и вытащить один фрукт. После этого надо развесить таблички правильно.

Решение: 1. Если достали апельсин, и на ящике нет таблички "Апельсины", то на этот ящик вешаем табличку "Апельсины". На одном из оставшихся ящиков меняем табличку.

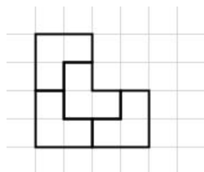
2. Если достали апельсин, и на ящике табличка "Апельсины", то на этот ящик вешаем табличку "Смесь". На одном из оставшихся ящиков меняем табличку.

3-4. Аналогично для яблок.

8. Можно ли разрезать фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части (одинаковые по форме и по размеру). Если можно, то каким образом?



Решение.



Ответ: да, можно.

9. Найдите все решения числового ребуса

МА + ТЕ + МА + ТИ + КА = УУ.

Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, различные буквы – различные цифры. Объясните отсутствие других решений кроме найденных.

Решение. 1. Буква У может соответствовать только 9, так как лишь сумма 1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 9 дает однозначное число.

2. Следовательно буква К может соответствовать только 3. М и Т – это 1 или 2. Но 3А + Е + И = 9, причем цифры 1, 2, 3 уже использованы. Следовательно А – это 0, Е и И – 4 или 5.

Ответ: 10 + 24 + 10 + 25 + 30 = 99;

20 + 14 + 20 + 15 + 30 = 99;

10 + 25 + 10 + 24 + 30 = 99;

20 + 15 + 20 + 14 + 30 = 99.

10. Уникуму для проведения опыта нужно точно отмерить 24 минуты. Обычных часов у него нет, но есть двое песочных часов. Одни – на 20 минут (часы А), другие – на 6 минут (часы В). Как Уникуму удалось точно отмерить требуемое время?

Решение. 1. Запускаем часы одновременно.

2. Через 6 минут (высыплется песок из часов В) одновременно переворачиваем часы. После переворота в часах А будет песка на 14 минут, а в часах В – на 6 минут.

3. Ещё через 6 минут (всего пройдет 12 минут), опять одновременно переворачиваем часы.

После второго переворачивания в часах А будет песка на 12 минут. Когда пройдут эти 12 минут, получим время необходимое для опыта.

Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

1. Решите уравнение

$2x + 245 + 576 + 424 + 755 = 1243 + 1542 + 757 + 458 + 12 + x.$

Выберите самый простой способ решения.

Решение. $2x + (245 + 755) + (576 + 424) = (1243 + 757) + (1542 + 458) + 12 + x.$

$x = 2012.$

Ответ: 2012.

2. Уникум задумал сделать сюрприз для своих друзей к новому году. Для этого он решил придумать такое число, произведение цифр у которого равно 2013? Объясните Уникуму, получится ли ему это сделать или нет?

Решение. В разложении числа 2013 на простые множители получится 2013 = = 1 · 3 ·11 ·61. Числа 11 и 61 не являются цифрами, поэтому Уникуму не удастся сделать задуманное.

Ответ: нет, не получится.

3. На каждом километре дороги между городами Липецк и Елец стоит столб с табличкой, на одной стороне которой указано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Ельца. Проезжая мимо столба Уникум заметил, что на одной стороне таблички отмечено двузначное число, сумма цифр которого 8, а на другой стороне число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Проехав ещё 18 км, Уникум очень удивился, увидев на столбе те же числа, подумав, он сумел выяснить причину этого факта и определить расстояние между городами Липецк и Елец. Чему равно это расстояние?

Решение. 1. Обозначим числа на табличках: $10x + y$ и $10y + x$ соответственно ($10x + y$ – большее число), $x + y = 8$. Тогда через 18 км на первой стороне таблички будет $10x + y - 18$. По условию $10x + y - 18 = 10y + x$, следовательно, $x - y = 2$.

2. $x + y = 8$, $x - y = 2$. Следовательно, $x = 5$, $y = 3$.

3. 53 + 35 = 88 км – расстояние между городами Липецк и Елец.

Ответ: 88 км.

4. На каникулах два Уникума решили потренироваться в решении задач. Они договорились, что количество задач, которые они решают вдвоем за неделю, не будет меняться. В первую неделю они решили одинаковое число задач. На второй неделе первый Уникум решил в два раза больше задач, чем второй. На третьей неделе второй Уникум решил в три раза больше задач, чем первый. Сколько задач решил за три недели первый Уникум, если общее число задач, решенных двумя Уникумами за три недели, не превосходит 50?

Решение. 1. Каждую неделю Уникумы решали одинаковое число задач (в сумме). Значит, каждую неделю решалось не более 16 задач.

2. На второй неделе первый Уникум решил в два раза больше задач, чем второй. Следовательно, число задач, решаемых в неделю, должно быть кратно трем.

3. На третьей неделе второй Уникум решил в три раза больше задач, чем первый. Следовательно, число задач, решаемых в неделю, должно быть кратно четырем.

4. Среди чисел, не превосходящих 16, только число 12 кратно и трем и четырем. Следовательно, каждую неделю Уникумы решали по 12 задач в сумме.

5. Первый Уникум решил на 1, 2 и 3 неделях, соответственно, 6, 8 и 3 задачи. Всего: 6 + 8 + 3 = 17 задач.

Ответ: 17 задач.

5. Незнайка сказал, что может разрезать шахматную доску (квадрат 8 * 8, рисунок 1) указанным на рисунке способом и собрать из полученных частей прямоугольник (рисунок 2). Уникум не поверил Незнайке и сумел объяснить, что собрать прямоугольник не удастся. Как Уникуму удалось опровергнуть Незнайку?

Отдельные части не должны накладываться друг на друга. Прямоугольник не должен содержать участков не закрытых частями шахматной доски.

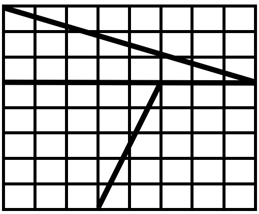


рисунок 1

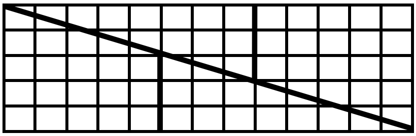


рисунок 2

Решение. Квадрат имеет площадь 64, а прямоугольник $5 \cdot 13 = 65$. Следовательно, прямоугольник собрать не удастся.

6. В одном классе ученики разделились на две группы. Одни должны были всегда говорить только правду, а другие – только неправду. Все ученики класса написали сочинение на свободную тему, которое должно было заканчиваться фразой “Всё здесь написанное, правда” или “Всё здесь написанное, ложь”. В классе было 15 правдолюбцев и 12 лжецов. Сколько получилось сочинений с утверждением о правдивости написанного? Объясните ответ.

Решение. 1. Каждый правдолюбец написал в сочинении правду, следовательно, и завершить сочинение он должен был утверждением: “Всё здесь написанное, правда”.

2. Каждый лжец написал в сочинении ложь, завершить сочинение он тоже должен быть неправдивым утверждением: “Всё здесь написанное, правда”.

Ответ: 27.

7. В мешке находится 40 карандашей. Восемь из них – красные, 7 – желтые, 25 – синие. Какое наибольшее количество карандашей можно взять из этого мешка с закрытыми глазами так, чтобы в мешке остались хотя бы 4 карандаша одного цвета и хотя бы 3 карандаша другого цвета?

Решение. Если будут взяты 6 красных карандашей и 5 желтых, то условие задачи выполняться не будет.

Если не более десяти карандашей, то останется как минимум три или красных, или желтых. Синих будет больше четырех, условие задачи выполняется.

Ответ: 10.

8. Два Уникума отправились одновременно навстречу друг другу из двух школ, расстояние между которыми 4 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 3 км/ч. Всё время движения Уникумов с плеча одного Уникума на плечо другого непрерывно перелетала муха (на плече она не задерживалась). Сколько километров пролетела муха до встречи Уникумов, если её скорость 6 км/ч?

Решение. 1. 4 : (3 + 5) = 0,5 ч. – время движения Уникумов, а следовательно, и время движения мухи.

2. 6 · 0,5 = 3 км. – расстояние, которое пролетела муха.

Ответ: 3.

9. Гусеница за день с (6:00 до 21:00) поднимается на 40 сантиметров вверх по дереву, а вечером (с 21:00 до 24:00) опускается на 20 сантиметров. Ночью (с 0:00 до 6:00 гусеница спит). В какой день недели гусеница первый раз достигнет высоты в 2 метра, если она начала движение в понедельник в 6:00

Решение. За первые восемь суток гусеница поднимется на 1,6 метра. Во вторник днем гусеница поднимется ещё на 40 сантиметров, и первый раз достигнет высоты 2 метра.

Ответ: вторник.

10. (Задача Л.Н. Толстого) Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна полвина осталась косить большой луг (и докосила его к концу дня), а другая перешла косить второй луг, вдвое меньший первого, но не успела к концу дня закончить косьбу. На другой день на этот луг вышел один косец и в течение всего дня докосил его. Сколько всего было косцов?

Косцы всё время работали одинаково.

Решение. 1. Примем объём работы, выполненной за день косцами, за единицу.

2. Тогда $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ – объём работы, выполненный косцами, на большем лугу.

3. $\frac{3}{4}:2=\frac{3}{8}$ – объём работы, который необходимо выполнить, для того, чтобы завершить косьбу на втором лугу.

4. $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ – объём работы, выполненный косцами, на меньшем лугу в первый день.

5. $\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{8}\right)-1=\frac{1}{8}$ – часть работы, оставшаяся на второй день.

6. $1:\frac{1}{8}=8$ косцов.

Ответ: 8 косцов.

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Выполните действия:

125 · 25 · (– 8) · (– 183) · (– 40) · (– 11).

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Решение. Пять отрицательных чисел, следовательно, произведение отрицательно.

125 · 25 · (– 8) · (– 183) · (– 40) · (– 11)= (125 · 8) · (40 ·25) · 183 · 11 =

= 2 013 000 000.

Ответ: 2 013 000 000.

2. 9 кг вкусных конфет стоят дешевле 1000 рублей, а 10 кг тех же вкусных конфет — дороже 1110 рублей. Сколько стоит 1 кг конфет? (Стоимость округляется до десятков копеек.)

Решение. 1. По первому условию килограмм конфет стоит дешевле

$111\frac{1}{9}$ руб.

2. По второму условию килограмм конфет стоит дороже 111 руб.

3. С учетом округления стоимости до десятков копеек единственный вариант ответа 111 рублей 10 копеек.

Ответ: 111 рублей 10 копеек.

3. Однажды 24 жителя острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что один из его соседей – правдолюбец, а другой лжец. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 24 человек? Укажите все ответы.

Решение. 1. Если среди 24 жителей острова есть правдолюбец, тогда его соседи лжец и правдолюбец: ЛПП. У второго правдолюбца соседи также лжец и правдолюбец: ЛППЛ. Лжец должен соврать, и так как один из его соседей правдолюбец, то другой также должен быть правдолюбцем: ПЛППЛП. Рассуждая аналогично, получим, что правдолюбцев в два раза больше лжецов. Получим 8 лжецов, 16 правдолюбцев.

2. Если среди 24 жителей острова все лжецы, то условие задачи также выполняется.

Ответ: 1) 8 лжецов, 16 правдолюбцев; 2) 24 лжеца.

4. Сколькими нулями оканчивается произведение: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 9 \cdot 30$?

Решение. 1. Количество нулей в конце числа равно наименьшей из степеней 2 и 5 в разложении данного числа на простые множители. В рассматриваемом произведении в разложении на простые множители 5 будет меньше, поэтому количество нулей совпадает со степенью 5.

2. Среди множителей данного произведения 6 чисел (т.к. $30 : 5 = 6$), делящихся на 5; 1 число, делящееся на 25.

Следовательно, в разложении произведения на простые множители число 5 будет содержаться в $6 + 1 = 7$ степени.

Ответ: 7.

5. Незнайка сказал, что может разрезать шахматную доску (квадрат 8 * 8, рисунок 1) указанным на рисунке способом и собрать из полученных частей прямоугольник (рисунок 2). Уникум не поверил Незнайке и сумел объяснить, что собрать прямоугольник не удастся. Как Уникуму удалось опровергнуть Незнайку?

Отдельные части не должны накладываться друг на друга. Прямоугольник не должен содержать участков не закрытых частями шахматной доски.

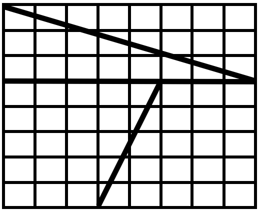


рисунок 1

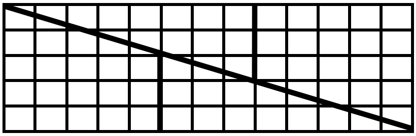


рисунок 2

Решение. Квадрат имеет площадь 64, а прямоугольник $5 \cdot 13 = 65$. Следовательно, прямоугольник собрать не удастся.

6. Все натуральные числа от 0 до 2012 записаны случайным образом в два столбца (получилось 1006 строка по два числа, в последней строке одно число). В каждой строке из большего числа вычли меньшее, и результат записали в третий столбец (в последней строке в третий столбец переписали единственное число). Все числа третьего столбца перемножили. Могли ли в результате получиться числа: а) 4022; б) 6033?

Решение. а) Разложив на множители получаем $4022 = 2 \cdot 2011$.

Теперь легко получить требуемое расположение чисел.

1 столбец	2 столбец	3 столбец
1	0	1
3	2	1
5	4	1
…	…	…
2009	2008	1
2012	2010	2
2011		2011

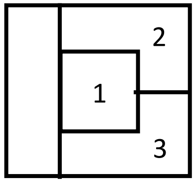
Ответ: число 4022 могло получиться.

б) Среди рассматриваемых чисел 1006 нечетных и 1007 четных, поэтому или, как минимум, в одной строке окажутся два четных числа, или четное число будет в последней строке. В любом случае в третьем столбце будет хотя бы одно четное число, а, следовательно, произведение должно быть обязательно четно.

Ответ: число 6033 не могло получиться.

7. Известно, что политическую карту (карту на которой изображены страны, регионы) можно раскрасить в четыре цвета так, что любые две страны, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета. Можно ли окрасить любую политическую карту в три цвета? Считается, что граница каждой страны непрерывная линия.

Решение. Приведем контр пример карты, которую нельзя окрасить в три цвета. Для трех пронумерованных областей обязательно нужно использовать три цвета. Непронумерованную область нельзя закрасить ни в один из указанных цветов.



Ответ: нет, существуют карты, которые нельзя окрасить в три цвета.

8. Имеются песочные часы, отмеряющие 12 минут. В 12 часов дня на часах нулевое состояние, и Уникум переворачивая часы, запускает их. Часы остановились в 12 часов 18 минут, и за прошедшие 18 минут Уникум два раза их переворачивал. Один раз часы были перевернуты в 12 часов 8 минут, когда Уникум ещё раз переворачивал часы?

Решение. 1. Возможны два варианта: в 12 часов 8 минут часы перевернули второй раз или в первый раз.

2. Если в 12 часов 8 минут часы перевернули второй раз, то в это время в часах должно остаться песка на 10 минут, чтобы в 12 часов 18 минут весь песок высыпался. Если в 12 часов 5 минут часы перевернуть то через 3 минуты в них останется песка на 2 минуты, а после переворачивания на 10 минут, что и требовалось.

3. Если в 12 часов 8 минут часы перевернули первый раз, то в них после переворачивания песка будет на 8 минут. Через три минуты

часы нужно перевернуть, тогда в них будет песка на 7 минут и весь песок высыплется ровно в 12 часов 18 минут.

Ответ: 12 часов 5 минут или 12 часов 11 минут

9. Два Уникума отправились одновременно навстречу друг другу из двух школ, расстояние между которыми 4 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 3 км/ч. Всё время движения Уникумов с плеча одного Уникума на плечо другого непрерывно перелетала муха (на плече она не задерживалась). Сколько километров пролетела муха, если её скорость 6 км/ч?

Решение. 1. 4 : (3 + 5) = 0,5 ч. – время движения Уникумов, а, следовательно, и время движения мухи.

2. 6 · 0,5 = 3 км. – расстояние, которое пролетела муха.

Ответ: 3.

10. На каждом километре дороги между городами Липецк и Тула стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано, сколько километров до Липецка, а на другой – до Тулы. Уникум заметил, что на каждом столбе сумма всех цифр равна 22. Каково расстояние от Липецка до Тулы?

Решение. 1. Сумма двух чисел записанных на одной табличке постоянная и равна расстоянию от Липецка до Тулы.

2. Докажем, что если у натурального числа любое его представление в виде суммы двух натуральных чисел имеет одинаковую сумму цифр, то все цифры числа кроме первой должны равняться 9.

Предположим противное, что не первая цифра отлична от 9. Оставим только рассматриваемую цифру и первую ей предшествующую отличную от нуля. Получим число вида $10x + y$, с суммой цифр $x + y$. Представим данное число следующим образом $10x + y = (10(x - 1) + 9) + (y + 1)$, с суммой цифр $x - 1 + 9 + y + 1 = x + y + 9$. Получили противоречие $x + y + 9 > x + y$. Следовательно, числа, у которых не первая цифра отлична от 9, не подходят.

Если у натурального числа все цифры кроме первой 9, то при разложении этого числа в виде суммы двух натуральных сумма цифр в каждом разряде не изменяется.

3. Искомое расстояние от Липецка до Тулы должно быть представлено натуральным числом, все цифры которого, кроме первой, равны 9. Для суммы цифр 22 такое число одно: 499.

Ответ: 499 км.

Решения IV математической олимпиады для младших школьников «Уникум», май 2013

Математическая олимпиада «Уникум». 3 класс

1. Восстановите пример ** + ** = 197. Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

Ответ: 98 + 99; 99 + 98.

2. Вычеркните в числе 26052013 любые пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим. Объясните выбранный Вами вариант.

Решение. Самые большие цифры 6, 5 и 3.

Ответ: ~~2~~6~~0~~5~~201~~3.

3. Три полицейских гнались по прямой дороге за одним жуликом, вырвавшимся от них. Усатый полицейский бежал со скоростью 6 км/ч, лысый полицейский – со скоростью 7 км/ч, а высокий – со скоростью 8 км/ч. Жулик убегал со скоростью 10 км/ч. Пробежав 3 часа, жулик залез на березу и притаился. А полицейские, пробежав по 5 часов каждый без завтрака, обеда и ужина, остановились и все трое подняли головы вверх. Один из полицейских увидел жулика на березе, обрадовался и арестовал его, а два других вернулись в полицию грустные. Какой полицейский арестовал жулика?

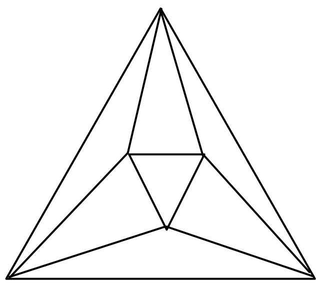
Решение. 1. 3 · 10 = 30 км – пробежал жулик.

2. 5 · 6 = 30 км – пробежал усатый полицейский. Другие полицейские пробежали большее расстояние.

Ответ: усатый.

4. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходили бы ровно 4 отрезка.

Решение. Один из вариантов приведен на рисунке.



5. Уникум, готовясь к встрече с друзьями, положил в вазу фрукты: яблок и груш вместе было 9 штук, яблок и мандаринов – 11, а груш и мандаринов – 8. Сколько всего было фруктов? Каких фруктов было меньше всего? А каких больше? Определите количество фруктов каждого вида.

Решение. 1. Меньше всего груш; больше всего яблок.

2. 9 + 11 + 8 = 28 – удвоенное количество фруктов.

3. 14 – общее количество фруктов.

4. 14 – 9 = 5 – количество мандаринов.

5. 14 – 11 = 3 – количество груш.

6. 14 – 8 = 6 – количество яблок.

Ответ: 14; меньше всего груш; больше всего яблок; 3 груши, 5 мандаринов, 6 яблок.

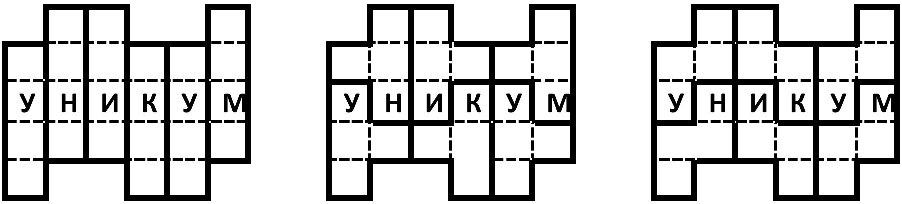
6. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 5 строчек и 5 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

Решение. 1. 25 – общее число клеток на шахматной доске, число нечетное. Количество клеток, покрываемых домино – число четное, так как каждая доминошка закрывает ровно две клетки. Получили противоречие, Уникум не сможет покрыть доску костями домино.

Ответ: не сможет.

7. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки двумя различными способами, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.

Решение.



8. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. 2013 жителей острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что оба его соседа правдолюбцы. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 2013 человек? Укажите все ответы и обоснуйте их.

Решение. 1. Если один из 2013 жителей правдолюбец, то и его соседи правдолюбцы, следовательно, все 2013 человек правдолюбцы.

2. Если один из 2013 жителей лжец, то среди 2013 человек правдолюбцев уже не будет (по первому случаю). Следовательно, все 2013 человек лжецы.

Ответ: все 2013 человек правдолюбцы или все 2013 человек лжецы.

9. Если ребят в парке посадить по три человека на скамейку, то останется 2 незанятых скамейки. Если же рассадить по 2 человека, то все скамейки окажутся занятыми и еще 7 человек останутся без места. Определите, сколько учеников в классе и сколько скамеек.

Решение. 1. 3 · 2 + 7 = 13 человек – разность между количеством школьников в случае, когда на каждой скамейке сидело по 3 человека, и случаем когда на каждой скамейке сидело по два человека.

Полученная разность равняется количеству скамеек.

2. 3 · (13 – 2) = 33 ученика в классе.

Ответ: 33 ученика, 13скамеек.

10. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец, после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.

Решение. 1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ бокренок – количество бокренков полученных Сашей.

2. 1 + 1 = 2 бокренка – количество бокренков потерянных Уникомом.

3. (2 + 1) + 1 = 4 бокренка – количество бокренков полученных Дашей.

4. (4 + 2 + 1) + 1 = 8 бокренков – количество бокренков полученных Машей.

5. 8 + 4 + 2 + 1 = 15 бокренков – общее количество бокренков, находившихся первоначально в корзине у Уникума.

Ответ. 15 бокренков.

Математическая олимпиада «Уникум». 4 класс

1. Восстановите пример 1*26 + 987 = 2 01*. Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

Ответ: 1 026 + 987 = 2 013.

2. В записи 1*2*3*4*5 замените звездочки знаками действий и расставьте скобки так, чтобы в результате получилось число 100.

Ответ: 1 · (2 + 3) · 4 · 5 = 100.

3. Сколько имеется пятизначных чисел, сумма цифр которых равна 2.

Решение. 1. Сумма цифр числа равняется 2 только в двух случаях, когда две цифры 1, а остальные нули и когда одна из цифр 2, а остальные нули.

2. Пятизначное число второго вида единственно 20 000. Пятизначные числа первого вида – это числа, в которых первая цифра 1, а ещё одна единица стоит в одном из оставшихся четырёх разрядов. Таких вариантов 4.

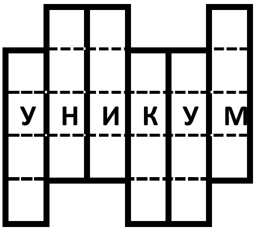
Ответ: 5.

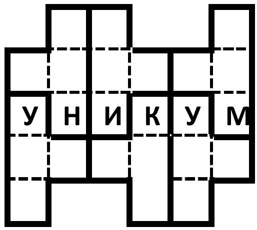
4. Компьютер умножает число на 2, затем из этого результата вычитает число К, затем умножает результат на 2 и снова вычитает К и так далее. Каждую операцию (умножение и вычитание) он выполняет 2013 раз. Придумайте число, которое в результате описанной работы на компьютере, не изменится.

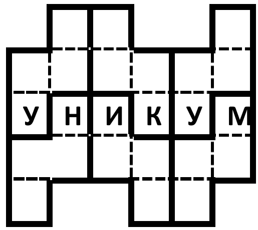
Ответ: число К.

5. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки как можно большим количеством различных способов, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.

Решение.







6. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец, после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.

Решение. 1. 0,5 + 0,5 = 1 бокренок – количество бокренков полученных Сашей.

2. 1 + 1 = 2 бокренка – количество бокренков потерянных Уникомом.

3. (2 + 1) + 1 = 4 бокренка – количество бокренков полученных Дашей.

4. (4 + 2 + 1) + 1 = 8 бокренков – количество бокренков полученных Машей.

5. 8 + 4 + 2 + 1 = 15 бокренков – общее количество бокренков, находившихся первоначально в корзине у Уникума.

Ответ. 15 бокренков.

7. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. Предполагается, что каждый обитатель острова или правдолюбец, или лжец.

Двое из трёх островитян A, B и C сделали следующие утверждения:

A: “Мы все лжецы.”

B: “Один из нас правдолюбец.”

Определите кто из трех островитян A, B и C правдолюбец и кто лжец?

Решение. 1. Высказывание A обязательно ложно. Следовательно, среди A, B и C один или два правдолюбца.

2. Если B правдолюбец, то A и C лжецы. B не может быть лжецом, так как в этом случае должно быть два правдолюбца, но A и B лжецы.

Ответ: B правдолюбец, A и C лжецы.

8. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.

Решение. 1. 3 · 7 = 210 руб. – стоимость всех 7 бутербродов.

2. 210 : 7 = 30 руб. – стоимость одного бутерброда.

3. 3 · 30 – 70 = 20 руб. – должен взять первый Уникум.

4. 4 · 30 – 70 = 50 руб. – должен взять второй Уникум.

Ответ: 20 руб. – первый, 50 руб. – второй.

9. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди четырехзначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.

Решение. 1. Если в четырехзначном «уникальном» числе определены первые две цифры, то последние две цифры определяются однозначно.

2. Подсчитаем количество вариантов первых двух цифр четырехзначного «уникального» числа.

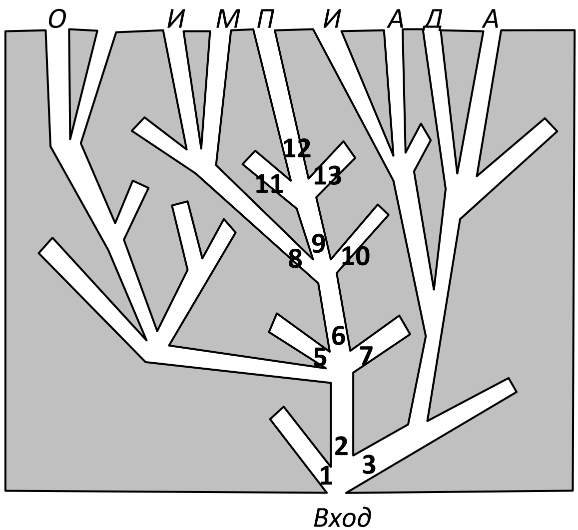
Первая цифра – это одна из четырех цифр 1, 6, 8, 9. Любой из первых цифр может соответствовать любая из пяти вторых цифр, стоящих на втором месте: 0, 1, 6, 8, 9. Таким образом, общее количество вариантов 4 · 5 = 20.

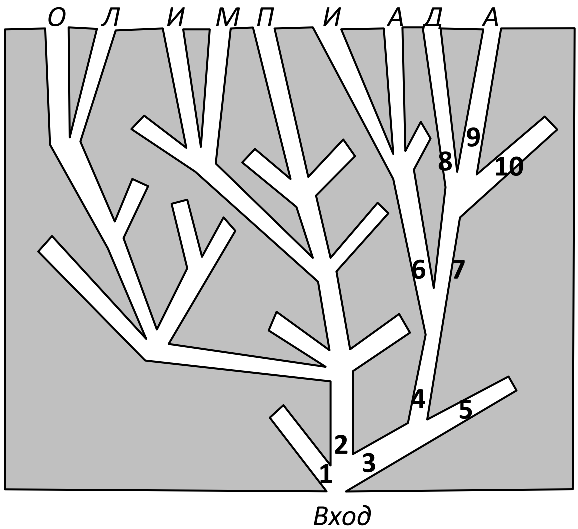
Ответ: 20.

10. Уникум на досуге нарисовал лабиринт, в котором зашифровал путь от Входа до выхода П как 2210. Разгадайте шифр, предложенный Уникумом, и определите, на какой выход удастся попасть, если воспользоваться планом с шифром 3031?

Решение. 1. Шифр Уникума означает следующее: на каждом перекрестке все дороги нумеруются слева направо общей нумерацией (см. рисунок 1), в шифре указывается остаток от деления номера дороги на четыре.

2. Если воспользоваться планом 3031 и приведенным в пункте 1 шифром, то удастся попасть на выход А (вторая буква А) (рисунок 2).





Математическая олимпиада «Уникум». 5 класс

1. Злая колдунья, работая не покладая рук, превращает в гусениц по 30 принцесс в день. Сколько дней предстоит ей трудиться, чтоб превратить в гусениц 810 принцесс? Сколько принцесс в день придется ей превращать в гусениц, если она захочет управиться с этой работой за 15 дней?

Решение. 1. 810 : 30 = 27 дней.

2. 810 : 15 = 54 принцессы в день.

Ответ: 27 дней; 54 принцессы в день.

2. Вычислите 201220122012 · 2013 – 201320132013 · 2012.

Решение. 201220122012 · 2013 – 201320132013 · 2012 =

= 2013 · 2012 · (100010001 – 100010001) = 0.

3. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.

Ответ: 1 + 2345 – 6 · 7 · 8 + 9 : 3 = 2013.

4. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2013 строчек и 2013 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

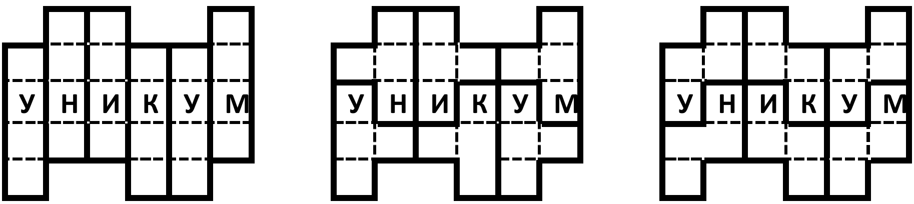
Решение. 1. 2013 · 2013– общее число клеток на шахматной доске, число нечетное. Количество клеток покрываемых домино – число четное, так как каждая доминошка закрывает ровно две клетки. Получили противоречие, Уникум не сможет покрыть доску костями домино.

Ответ: не сможет.

5. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки всеми возможными различных способов, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква.

Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе. Докажите, что других способов, кроме предложенных Вами нет.

Решение. Решение должно включать доказательство отсутствия других способов кроме указанных. Доказательство может строиться на основе анализа применения различных фигур, состоящих из четырех клеток.



6. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.

Решение. 1. $3 \cdot 70 = 210$ руб. – стоимость всех 7 бутербродов.

2. $210 : 7 = 30$ руб. – стоимость одного бутерброда.

3. $3 \cdot 30 - 70 = 20$ руб. – должен взять первый Уникум.

4. $4 \cdot 30 - 70 = 50$ руб. – должен взять второй Уникум.

Ответ: 20 руб. – первый, 50 руб. – второй.

7. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди шестизначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.

Решение. 1. Если в шестизначном «уникальном» числе определены первые три цифры, то последние три цифры определяются однозначно.

2. Подсчитаем количество вариантов первых трёх цифр шестизначного «уникального» числа.

Первая цифра – это одна из четырех цифр 1, 6, 8, 9. Любой из первых цифр может соответствовать любая из пяти вторых цифр, стоящих на втором месте: 0, 1, 6, 8, 9. Любому варианту первых двух цифр может соответствовать любая из пяти третьих цифр 0, 1, 6, 8, 9. Таким образом, общее количество вариантов $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$.

Ответ: 100.

8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавка он решил использовать кусочек жмыха взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что $\frac{1}{4}$ часть поплавка находится над водой, а $\frac{3}{4}$ под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедал 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?

Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.

Решение. 1. Вне зависимости от того какие части находились под водой и над водой всё время пока жмых плавал его поедали мухи и карась.

2. $5 \cdot 0{,}1 + 1 = 1{,}5$ г. – вес жмыха, съедаемого пятью мухами и карасем за минуту.

3. $9 : 1{,}5 = 6$ м. – время, необходимое мухам и карасю на поедание всего жмыха.

4. $6 \cdot 1 = 6$ г. – вес жмыха, съеденного карасем за 6 минут.

Ответ: 6 г.

9. Сколькими нулями оканчивается произведение:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2012 \cdot 2013$?

Решение. 1. Количество нулей в конце числа равно наименьшей из степеней 2 и 5 в разложении данного числа на простые множители. В рассматриваемом произведении в разложении на простые множители 5 будет меньше, поэтому количество нулей совпадает со степенью 5.

2. Среди множителей данного произведения 402 числа (т.к. 2013 : 5 = 402,6), делящихся на 5; 80 чисел, делящихся на 25 (т.к. 2013 : 25 = 80,52); 16 чисел, делящихся на 125 (т.к. 2013 : 125 = 16,104); 3 числа, делящихся на 625 (т.к. 2013 : 625 = 3,2208).

Следовательно, в разложении произведения на простые множители число 5 будет содержаться в 402 + 80 + 16 + 3 = 501 степени.

Ответ: 501.

10. На плоскости нарисован 2013-угольник. Двое играют в следующую игру. Они поочередно красят некоторым цветом 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 или 10 соседних сторон 2013-угольника, повторно закрашивать сторону нельзя. Тот, кому нельзя сделать ход, проигрывает. Кто из играющих может добиться гарантированной победы? Как он сможет это сделать?

Решение. 1. Если первым ходом первый игрок закрасил нечетное число сторон, то следующим ходом второй игрок закрашивает четное число сторон, расположенных напротив хода первого игрока. В результате все незакрашенные стороны разбиваются на две группы с одинаковым числом сторон в каждой группе.

2. В дальнейшем второй игрок каждым своим ходом повторяет (по количеству закрашиваемых сторон и их расположению) предшествующий ход соперника, но из другой группы сторон. В результате у второго игрока всегда будет возможность хода и рано или поздно первый игрок проиграет.

Ответ: выигрывает второй игрок.

Математическая олимпиада «Уникум». 6 класс

1. Восстановите пример *71 · * = 20*3. Вместо знака звездочки * может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.

Ответ: 671 · 3 = 2013.

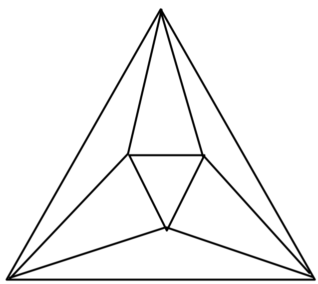
2. К прекрасной принцессе каждую ночь приходит принц и поет баллады. Ровно в полночь он выходит из своего замка и бредёт к башне принцессы со скоростью 5 км/ч. Два часа принц жутко воет под окном принцессы, а потом с той же скоростью бредет обратно домой. В 6 утра принц приходит в замок. Узнай расстояние от замка принца до башни принцессы.

Решение. (6 – 2) · 5 : 2 = 10км.

Ответ: 10 км.

3. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходили бы ровно 4 отрезка.

Решение. Один из вариантов приведен на рисунке.



4. Уникум может сделать уборку квартиры за два часа, а его младший брат за три часа. За сколько времени два брата могли бы вместе убрать квартиру?

Решение. 1. Уникум за час убирает $\frac{1}{2}$ квартиры, а его брат – $\frac{1}{3}$.

2. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ – часть квартиры, убираемая братьями за час при совместной работе.

3. $1:\frac{5}{6}=\frac{6}{5}$ ч. = 1 ч. 12 мин. – время, необходимое братьям для уборки квартиры.

Ответ: 1 ч. 12 мин.

5. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.

Ответ: 1 + 2345 – 6 · 7 · 8 + 9 : 3 = 2013.

6. Два Уникума выписывают 2012-значное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Может ли, Уникум, который ходит вторым, добиться того, чтобы полученное число делилось на 9? Объясните ответ.

Решение. Второй Уникум может добиться нужно результата, если каждым ходом будет ставить цифру, образующую в сумме с предшествующей цифрой, поставленной первым Уникумом, число 9. В итоги сумма цифр числа будет делится на 9, а, следовательно, и само число будет делиться на 9.

Ответ: может.

7. При делении числа на 56 в остатке получилось 30. Как изменится частное и сколько получится в остатке, если то же число разделить на 14?

Решение. 1. Пусть a – исходное число, а b – частное от деления a на 56. Тогда a = 56b + 30.

2. Разделим a на 14, тогда 56b : 14 = 4b, 30 = 14 ·2 + 2. Таким образом при делении на 14 в частном получится 4b + 2, а в остатке 2.

Ответ: итоговое частное будет на 2 больше чем учетверенное исходное частное, остаток равен 2.

8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавка он решил использовать кусочек жмыха взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что $\frac{1}{4}$ часть поплавка находится над водой, а $\frac{3}{4}$ под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедал 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?

Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.

Решение. 1. Вне зависимости от того какие части находились под водой и над водой всё время пока жмых плавал его поедали мухи и карась.

2. $5 \cdot 0{,}1 + 1 = 1{,}5$ г. – вес жмыха, съедаемого пятью мухами и карасем за минуту.

3. $9 : 1{,}5 = 6$ м. – время, необходимое мухам и карасю на поедание всего жмыха.

4. $6 \cdot 1 = 6$ г. – вес жмыха, съеденного карасем за 6 минут.

Ответ: 6 г.

9. Всегда ли среди 3 000 произвольных натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на 2013? Объясните ответ.

Решение. 1. На 2013 делится разность двух чисел имеющих одинаковые остатки при делении на 2013.

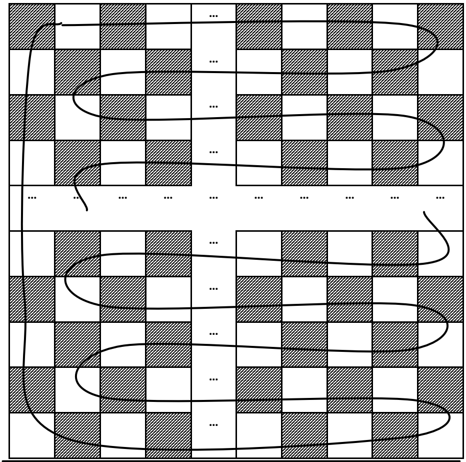
2. Различных возможных вариантов остатков при делении на 2013 всего 2013: 0; 1; 2; …; 2011; 2012. Поэтому среди 3 000 произвольных натуральных чисел обязательно найдутся, как минимум два числа, имеющих одинаковые остатки при делении на 2013, разность этих чисел будет делиться на 2013.

Ответ: да, найдутся

10. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2012 строчек и 2013 столбцов. Потом он вбивает в две из полученных клеток по гвоздю. Затем он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Клетки, в которые забиты гвозди, доминошками не прикрываются. Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

Решение. 1. Первоначальное количество клеток каждого цвета на куске фанеры одинаково. Количество клеток каждого цвета, закрываемых домино, также одинаково. Поэтому если Уникум забил гвозди в одноцветные клетки, то покрыть оставшиеся клетки домино ему не удастся.

2. Если Уникум забил гвозди в разноцветные клетки, то соединим все клетки замкнутой цепью, как показано на рисунке.



Любые две разноцветные клетки, в которые Уникум забил гвозди, разобьют цепь на две части, с разноцветными концами. Каждую из этих частей можно перекрыть костями домино.

Ответ: не сможет, если гвозди забиты в одноцветные клетки; сможет – если клетки разного цвета.

Литература

1. Васильев, Н.Б. Избранные олимпиадные задачи. Математика [Текст] / Н.Б. Васильев, А.П. Савин, А.А. Егоров – М.: Бюро Квантум, 2007 – 60 с. (Библиотечка «Квант», вып. 100, приложение к журналу «Квант» №2 / 2007).

2. Дрозина В.В. Механизм творчества решения нестандартных задач / В.В. Дрозина, В.Л. Дильман. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 255 с.

3. Занимательные математические задачи. Дополнительные занятия для учащихся 6 классов: Учебное пособие/ Сост.: А.М.Быковская, Г.Я.Куклина. 2-е изд., испр.Новосиб.гос.ун-т. Новосибирск, 2010 – 88 с.

4. Канель-Белов, А.Я. Как решают нестандартные задачи / Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. – М.: МЦНМО,2008. - 96 с.

5. Спивак, А.В. Математический кружок / А.В. Спивак. – М.: Посев, 2003. – 128 с.

6. Турецкий, Е.Н. Как научиться решать задачи / Е.Н. Турецкий, Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.

7. Фарков, А.В. Математические олимпиады [Текст] / А.В. Фарков– М.: Экзамен, 2006 – 160 с.

8. Чамян П.Г. Инварианты: одинаковые и разные [Текст] / П.Г. Чамян, Г.А. Воробьев // Интеграционные тенденции современной

науки: материалы III межвуз. Науч.-практ. конф. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – С. 25-29.

9. Чамян П.Г. Инварианты в школе / П.Г. Чамян, Г.А. Воробьев // Инновации и информационные технологии в образовании [Электронный ресурс] / Сборник научных трудов III Международной научно-практической конференции. - Липецк, 09, 29-30 апреля 2010 г. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – 1 электрон. Опт. Диск (CD-ROM). — ISBN 978-5-88526-483-9

10. Шень, А. Игры и стратегии с точки зрения математики / А. Шень. – М.:МЦНМО, 2007 – 40 с.

11. Шипилов, И.А. Задачи с игровым содержанием на факультативных занятиях по математике / Г.А. Воробьёв, И.А. Шипилов // Интеграционные тенденции современной науки. Сб. матер. III межвузовской студенческой конференции. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – С. 193-198.

12. http://www.rusolymp.ru/ – портал Всероссийской олимпиады школьников.

13. http://www.school.mipt.ru/ – ЗФТШ МФТИ.

14. http://www.turgor.ru/ – Турнир Городов – международная математическая олимпиада для школьников.

15. http://www.unikum.stratergy48.ru – Сайт математической олимпиады «Уникум».

Оглавление

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД «УНИКУМ»

ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 3-6 КЛАССОВ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ

УникУМ

ЛИПЕЦК 2013